Baccalauréat ES Polynésie juin 2003

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Évolution de l'indice IMVP

L'indice IMVP (international motor vehicle program) est un indicateur de référence élaboré par le Massachussets Institute of Technology qui mesure en heures le temps de montage moyen d'un véhicule.
Dans une entreprise de construction automobile, on a obtenu le tableau suivant :

année	rang de l'année x_i	temps en heures y_i
1995	5	26,2
1996	6	23,7
1997	7	21,4
1998	8	18,5
1999	9	16,8
2000	10	15,4
2001	11	14,6

(source Renault)

Partie A

Le nuage de points M_i associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un plan rapporté à un repère orthonormal est donné en annexe.
Les résultats seront arrondis si nécessaire au centième.

1. Calculer les coordonnées du point moyen et le placer sur le graphique.
2. Le nuage de points montre qu'un ajustement affine semble justifié. À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite D d'ajustement affine de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés.

   Représenter D sur le graphique.
3. En déduire graphiquement puis par le calcul les prévisions du temps de montage moyen pour l'année 2005 puis l'année 2007, en supposant que le modèle reste valable jusqu'en 2007.
4. Calculer la variation en pourcentage de ce temps de l'année 2000 à l'année 2001.

Partie B

On décide d'approcher ce nuage par un arc de parabole ; pour cela on pose $z = \sqrt{y}$.

1. Donner le tableau des valeurs $(x_i\ ;\ z_i)$. Les valeurs z_i seront arrondies au millième.

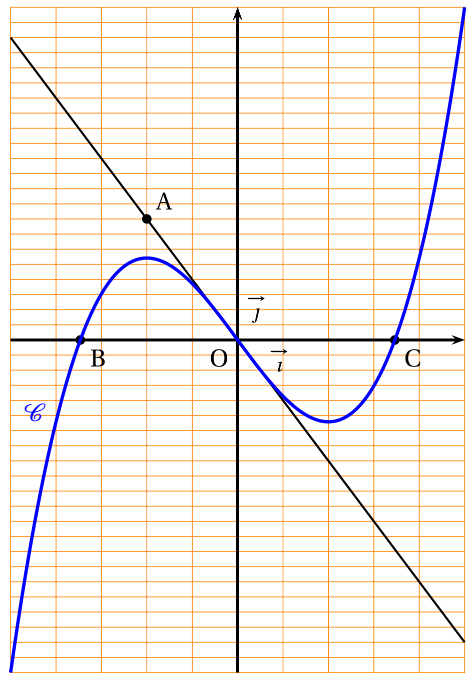
   On suppose qu'un ajustement affine de z en x est justifié.
2. Donner une équation de la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis au millième).
3. En déduire l'expression de y en fonction de x, puis le temps de montage en 2005 et en 2007 arrondis au dixième.
4. Ces temps sont-ils plus plausibles que ceux obtenus dans la partie A ?

   Expliquer.

Exercice 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

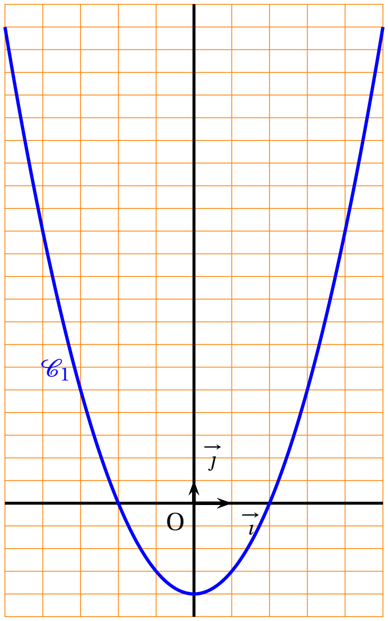
Chaque question comporte trois affirmations repérées par les lettres a, b, c.
Vous devez indiquer pour chacune d'elles si elle est vraie ou fausse sans justification.
Les réponses seront transcrites dans le tableau figurant en annexe.
Soit f une fonction impaire définie et dérivable sur $[-5\ ;\ 5]$; on désigne par F une primitive de f sur cet intervalle.
Sur les graphiques ci-dessous, le repère $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ est un repère orthogonal.
La courbe $\mathscr{C}$ est la représentation graphique de la fonction f.
Le point A a pour coordonnées $(-2\ ;\ 8)$, le point B a pour coordonnées $\left(-2\sqrt{3}\ ;\ 0\right)$ et le point C a pour coordonnées $\left(2\sqrt{3}\ ;\ 0\right)$.
La droite (OA) est la tangente en O à $\mathscr{C}$.



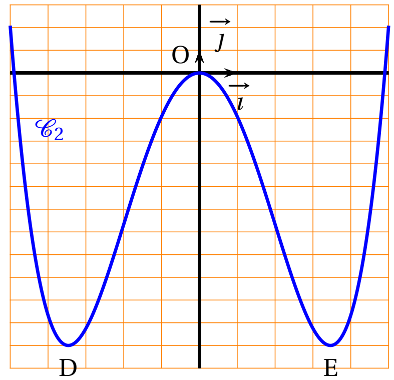
1. **a.** $\mathscr{C}$ est la courbe représentative de F'.
   b. $f'(0) = -2$.
   c. f est négative ou nulle sur $[-1\ ;\ 1]$.

2. **a.** Soit S l'aire , exprimée en unités d'aire, de la portion de plan délimitée pu $\mathscr{C}$, l'axe $\left(\text{O}\ ;\ \vec{\imath}\right)$ et la droite d'équation $x = -2$.
   On a : $0 \leqslant S \leqslant 2$.
   b. $\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x = 0$.
   c. $F(2) - F(0) < 0$.

3. Parmi les courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ l'une représente f' et l'autre représente F.
   a. Une équation de $\mathscr{C}_1$ est $y = x^2 - 2$.
   b. $\mathscr{C}_2$ est la courbe représentative de f'.
   c. $\displaystyle\int_{0}^{2\sqrt{3}} f(x)\,\mathrm{d}x = -10$.



$\mathscr{C}_2$ est la représentation graphique d'une fonction dérivable.
Le point D a pour abscisse $-2\sqrt{3}$.
Le point E a pour abscisse $2\sqrt{3}$.

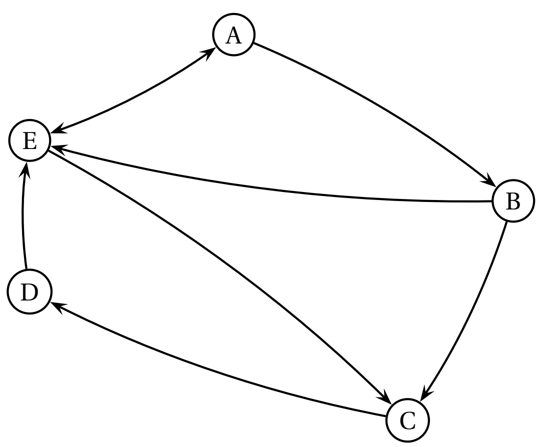


EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Chaque question comporte trois affirmations repérées par les lettres a, b, c.
Vous devez indiquer pour chacune d'elles si elle est vraie oufausse sans justification.

Les réponses seront transcrites dans le tableau figurant en annexe.

Dans une ville la circulation réglementée par des sens uniques est représentée par le graphe G ci-dessous dont les sommets illustrent les carrefours existant entre les rues.



1. Les sommets étant classés dans l'ordre alphabétique,

a. la matrice associée au graphe G est : $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

b. la matrice associée au graphe G est : $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

c. la matrice associée au graphe G est : $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

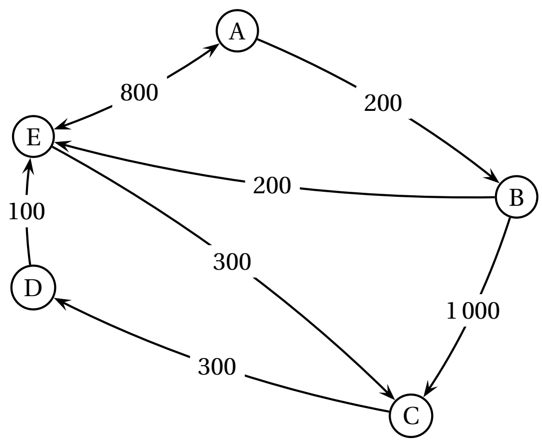
2. Le nombre de chaînes de longueur 3 qui vont du sommet A vers le sommet D du graphe G est :

a. 3

b. 2

c. 4

3. Le graphe G est pondéré par la distance exprimée en mètres entre deux carrefours comme suit :



Un automobiliste est au carrefour A et cherche à rejoindre le carrefour D.

Le poids (minimum) en mètres de la plus courte chaîne reliant le sommet A au sommet D est :

a. 1 400

b. 1 000

c. 900

4. En tenant compte du sens de circulation la plus grande distance parcourue est :

a. de A vers D.

b. de B vers D.

c. de C vers B.

PROBLÈME **10 points**

Commun à tous les candidats

Soient f et g les fonctions définies sur $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(t) = 2\ln(t+1) + 1 \quad \text{et} \quad g(t) = \frac{4}{1+\mathrm{e}^{-t}}.$$

1. Étude de la fonction f

a. Étudier la limite de f en $+\infty$.

b. Étudier le sens de variation de f.

Dresser le tableau de variations de f.

2. Étude de la fonction g

a. Étudier la limite de g en $+\infty$.

b. Étudier le sens de variation de g.

Dresser le tableau de variations de g.

3. Étude graphique

Sur la feuille donnée en annexe, la courbe $\mathscr{C}$ est la représentation graphique de f dans un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. On appelle Γ la courbe représentative de la fonction g dans ce repère.

a. Une des deux courbes admet une asymptote. Préciser laquelle et tracer cette asymptote dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

b. Tracer la courbe Γ.

c. À l'aide du graphique, donner une valeur approchée à $0,1$ près de l'abscisse α du point d'intersection des courbes $\mathscr{C}$ et Γ, puis étudier graphiquement le signe de $g(t) - f(t)$ suivant les valeurs de t.

4. Calcul de primitives

a. Montrer que $g(t) = \dfrac{4\text{e}^t}{\text{e}^t + 1}$ pour tout t de $[0\,;\,+\infty[$.

En déduire une primitive de g sur $[0\,;\,+\infty[$.

b. Soit H la fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par

$$H(t) = (t+1)\ln(1+t) - t.$$

Déterminer la dérivée de H et en déduire une primitive de f sur $[0\,;\,+\infty[$.

5. Application économique

Un plan de restructuration dans une industrie est établi sur cinq ans. On admet que $f(t)$ modélise le nombre d'emplois créés, en milliers d'emplois, et que $g(t)$ représente le nombre d'emplois supprimés, en milliers d'emplois, t représentant le temps en années.

On admet que, sur cinq ans, la variation du nombre d'emplois est donnée par :

$$\text{I} = \int_0^5 [f(t) - g(t)]\,\text{d}t.$$

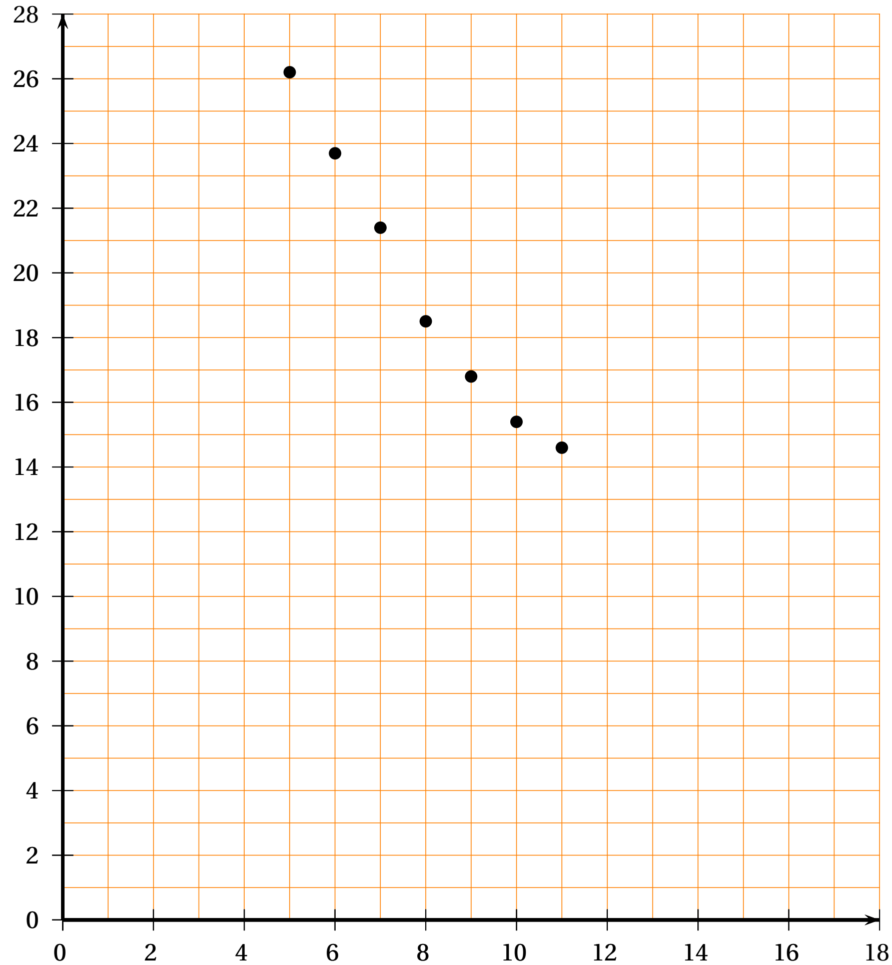
a. Calculer I et donner la variation du nombre d'emplois sur les cinq ans à la dizaine d'emplois près.

Interpréter ce résultat.

b. Déterminer, à l'aide de la **question 3**, le temps nécessaire, exprimé en mois, pour que le nombre d'emplois créés soit supérieur au nombre d'emplois supprimés.

Annexe à rendre avec la copie

Exercice 1



Exercice 2

Question 1		Vrai ou Faux
	a	
	b	
	c	
Question 2		Vrai ou Faux
	a	
	b	
	c	
Question 3		Vrai ou Faux
	a	
	b	
	c	

Problème