Baccalauréat ES Polynésie juin 2004

EXERCICE 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

L'INED (Institut National d'Études Démographiques) a publié les informations suivantes sur la population française entre 1992 et 2000.

Année	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Population(*)	57,24	57,47	57,66	57,84	58,02	58,21	58,40	58,62	58,62
Nombre moyen d'enfants par femme	1,73	1,65	1,65	1,71	1,73	1,73	1,76	1,79	1,89
Espérance de vie à la naissance des hommes	73,2	73,3	73,7	73,9	74,2	74,6	74,6	74,9	75,2
Espérance de vie à la naissance des femmes	81,4	81,4	81,8	81,9	82	82,3	82,4	82,4	84,7

(*) en millions d'individus, arrondis à la dizaine de milliers.

Chaque question comporte trois propositions repérées par les lettres a, b et c. Pour chaque question, une seule proposition est exacte. Indiquez laquelle en justifiant votre réponse.

1. Le taux d'accroissement (arrondi au millième) de la population française entre 1992 et 2000 est-il de

   a. 1,024 ? **b.** $2,4\,\%$? **c.** $0,24\,\%$?

2. En supposant un taux d'accroissement de 1 % tous les cinq ans, à partir de 2000, quel calcul permettrait d'obtenir exactement la population en 2020 ?

   a. $58,62 \times 1,01^4$ **b.** $58,62 + 0,05$ **c.** $58,62 + 4 \times 0,5862$.

3. Le taux d'accroissement de l'espérance de vie des femmes, entre 1996 et 2000, est-il

   a. plus du triple de celui des hommes ?

   b. le triple de celui des hommes ?

   c. moins du triple de celui des hommes ?

4. Supposons que l'on ait effectué un ajustement linéaire du nuage de points représentant la population française en fonction des années, selon la méthode des moindres carrés. D'après cet ajustement, l'estimation de la population française en 2004 à 1 million près est-elle

   a. 59 ? **b.** 61 ? **c.** 62 ?

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un jeu télévisé propose quatre questions à un candidat. Pour chacune des quatre questions l'animateur propose trois réponses possibles, une seule étant la réponse exacte.
Les questions posées lors du jeu sont indépendantes les unes des autres.
Un candidat retenu pour participer au jeu a une chance sur deux de connaître la réponse exacte à la question posée et, s'il ne connaît pas la réponse exacte, il répond au hasard.
Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1. L'animateur pose la première question au candidat.
   On considère les évènements :
   H : « le candidat choisit au hasard la réponse à la première question ».
   E : « le candidat répond correctement à la première question ».
   - **a.** Déterminer $P(H)$.
   - **b.** Sachant qu'un candidat répond au hasard à la première question, quelle est la probabilité qu'il réponde correctement ? En déduire $P(E \cap H)$.
   - **c.** Calculer $P(E)$. On pourra s'aider d'un arbre de probabilité.
   - **d.** Un candidat a répondu correctement à la première question. Quelle est la probabilité qu'il ait répondu au hasard à cette question ?
2. On admet que la probabilité qu'un candidat réponde correctement à une question est $\dfrac{2}{3}$.
   On note X le nombre de réponses exactes à l'issue des quatre questions.
   - **a.** Préciser la nature de la loi de probabilité de X et donner ses paramètres.
   - **b.** Quelle est la probabilité que le candidat réponde correctement aux quatre questions ?
   - **c.** Quelle est la probabilité que le candidat donne au moins une bonne réponse ?

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Étude de l'évolution météorologique d'un jour à l'autre dans une localité.
Tous les résultats seront donnés sous forme de fractions rationnelles.

Partie A

• S'il fait sec aujourd'hui, alors il fera encore sec demain avec la probabilité $\dfrac{5}{6}$, donc il fera humide demain avec la probabilité $\dfrac{1}{6}$.

• S'il fait humide aujourd'hui, alors il fera encore humide demain avec la probabilité $\dfrac{2}{3}$.
Nous sommes dimanche et il fait sec. On s'intéresse à l'évolution météorologique des jours suivants.

1. Construire un arbre de probabilité représentant la situation de dimanche à mercredi.
2. En déduire la probabilité des évènements suivants :
   J : « il fera sec lundi, mardi et mercredi » ;
   K : « il fera sec mardi » ;
   L : « il fera humide mercredi ».

Partie B

1. Soit n un entier naturel, on note :
   s_n la probabilité pour que le jour n, il fasse sec ;
   h_n la probabilité pour que le jour n, il fasse humide ;
   P_n la matrice $(s_n,\ h_n)$ traduisant l'état probabiliste du temps le jour n. Déterminer une relation entre s_n et h_n.
2. **a.** Si le premier dimanche est le jour correspondant à $n = 0$, donner la matrice associée à l'état initial du temps.
   b. Décrire l'évolution de cet état à l'aide d'un graphe probabiliste.
3. La matrice M de ce graphe est $\begin{pmatrix} \dfrac{5}{6} & \dfrac{1}{6} \\ \dfrac{1}{3} & \dfrac{2}{3} \end{pmatrix}$

a. Déterminer M^2 (utiliser la calculatrice).

b. Expliquer comment retrouver à l'aide de la matrice M, la situation du mardi étudiée dans la partie A.

4. **a.** Déterminer l'état stable associé à l'évolution météorologique.

b. En déduire, qu'à long terme, la probabilité qu'il pleuve un certain jour est $\frac{1}{3}$.

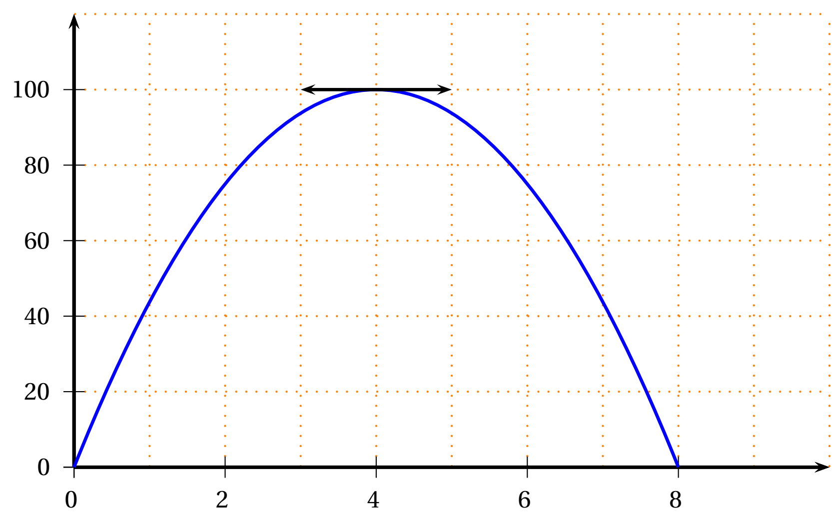
EXERCICE 3 **9 points**

Commun à tous les candidats

Dans un cadre économique, on appelle fonction de satisfaction toute fonction f définie sur une partie de $\mathbb{R}$ et à valeurs dans l'intervalle $[0; 100]$.
On dit qu'il y a « saturation » lorsque la satisfaction est maximale, c'est-à-dire lorsque la fonction f prend la valeur 100.
On définit de plus la fonction « envie » v dérivée de la fonction f ; on a donc $v = f'$.
On dit qu'il y a « envie » lorsque v est positive sinon on dit qu'il y a « rejet ».
Chaque partie traite d'un modèle f différent. Les trois parties sont indépendantes.

Partie A

On donne ci-dessous l'allure de la courbe représentative d'une fonction de satisfaction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0; 8]$.



1. **a.** Pour quelle quantité x de produit y a-t-il saturation ?

b. Sur quel(s) intervalle(s) y a-t-il envie ? Y a-t-il rejet ?

2. **a.** Par lecture graphique, donner $v(4)$.

b. Exprimer $v(x)$ en fonction de x sachant que v est une fonction affine définie sur l'intervalle $[0; 8]$ vérifiant $v(0) = 50$.

Partie B

La fonction « envie » v pour un salaire dans une entreprise est modélisée, pour tout x de $[0 ; +\infty[$ par :

$$v(x) = \frac{100}{(x+1)^2}$$

où x désigne le salaire annuel d'un employé en milliers d'euros.

1. On rappelle que f est une primitive de la fonction v sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
   Sachant que $f(0) = 0$, montrer que $f(x) = \dfrac{100x}{x+1}$.
2. **a.** Déterminer la limite de f en $+\infty$. Interpréter graphiquement le résultat.
   b. Étudier le sens de variations de f sur $[0\ ;\ +\infty[$. Dresser le tableau de variations de f.
   c. Représenter graphiquement la fonction f dans un repère orthogonal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques 1 cm pour 1 000 euros en abscisse et 1 cm pour 10 en ordonnée.
   d. Interpréter les résultats obtenus (limite et variations de f) en termes de satisfaction.

Partie C

Une agence de voyages propose différents types de formule pour les vacances et décide d'étudier la satisfaction de ses clients concernant la durée en jours d'une croisière.
La fonction de satisfaction f est définie sur l'intervalle $[0\,;50]$ par

$$f(x) = 10x\text{e}^{-0,1x+1}.$$

1. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de f sur $[0\,;\ 50]$.
2. **a.** Étudier le signe de $f'(x)$.
   b. En déduire le sens de variations de f sur $[\ 0\,;50]$.
   c. Dresser le tableau de variations de f.
3. Quelle doit être la durée en jours de la croisière pour qu'il y ait saturation ?