

∞ Baccalauréat ES Polynésie septembre 1995 ∞

EXERCICE 1

4 points

Commun à tous les candidats

On considère le polynôme

$$P(x) = 2x^3 - 9x^2 + x + 12.$$

1. Calculer $P\left(\frac{3}{2}\right)$.
2. Dresser le tableau des valeurs $P(x)$ pour x entier dans l'intervalle $[-2 ; 5]$.
3. Trouver deux racines réelles de l'équation

$$2e^{3x} - 9e^{2x} + e^x + 12 = 0.$$

EXERCICE 2

6 points

Enseignement obligatoire

Une coopérative agricole peut louer chaque jour, pour la journée, trois tracteurs identiques.

En désignant par N le nombre de tracteurs demandés chaque jour, la coopérative a pu établir les probabilités des valeurs de N sous la forme du tableau suivant

N	0	1	2	3	4	5	6 et plus
p	0,22	0,34	0,26	0,13	0,04	0,01	0

On note X la variable aléatoire égale au nombre de tracteurs loués un jour donné.

1. Donner la loi de probabilité de X .
2. Pour la location d'un tracteur à la journée la coopérative demande 2 400 F à l'utilisateur. Le coût d'entretien de **l'ensemble des tracteurs** est de 800 F par jour, quel que soit le nombre d'engins loués, auquel s'ajoutent 600 F par jour pour chaque engin effectivement utilisé.
 - a. Montrer que le bénéfice de la coopérative (en francs) est par jour
 $B = 1800X - 800$.
 - b. Donner, sous forme de tableau, les différentes valeurs possibles du bénéfice quotidien et les probabilités associées.
 - c. Calculer l'espérance mathématique du bénéfice quotidien.

EXERCICE 2

6 points

Enseignement obligatoire

Une urne A contient 4 boules noires et 2 boules blanches.

Une urne B contient 1 boule noire et 3 boules vertes.

On tire simultanément trois boules, deux dans l'urne A et une dans l'urne B.

1.
 - a. Quelle est la probabilité que les deux boules tirées de A soient noires?
Montrer que la probabilité de tirer trois boules noires est égale à $\frac{1}{10}$
(« tirage noir »)
 - b. On tire trois boules de trois couleurs différentes; préciser pour chacune des couleurs l'urne d'origine de la boule correspondante.
Quelle est la probabilité de l'évènement « les trois boules tirées sont de trois couleurs différentes »?

2. On répète cinq fois de suite le tirage de trois boules, en remettant à chaque fois les boules tirées dans leurs urnes respectives, de sorte que l'on peut considérer les tirages successifs comme indépendants.

Quelle est la probabilité que, sur les cinq tirages, on ait obtenu deux fois exactement un « tirage noir » ?

N. B. : Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

PROBLÈME

10 points

N. B. : Toutes les réponses doivent être justifiées.

Soit f la fonction définie dans \mathbb{R} par

$$f(x) = x + \frac{2}{e^x + 1}.$$

Sa courbe représentative, dans un plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité graphique : 3 cm), est notée \mathcal{C} .

1.
 - a. Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
 - b. Calculer $f'(x)$, où f' désigne la fonction dérivée de f .
En déduire le sens de variation de f dans \mathbb{R} , et dresser son tableau de variations.
2.
 - a. Montrer que les droites D_1 , d'équation $y = x$, et D_2 d'équation $y = x + 2$, sont asymptotes à la courbe \mathcal{C} . Préciser les positions de D_1 et de D_2 par rapport à \mathcal{C} .
 - b. Donner une équation de la tangente T de \mathcal{C} au point A d'abscisse 0.
 - c. Après l'avoir recopié, compléter le tableau suivant, avec des valeurs décimales arrondies à 10^{-2} près.

x	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0
$f(x)$			-0,24		0,46	0,74	
x	0,5	1	1,5	2	2,5	3	
$f(x)$	1,26	1,54		2,24		3,09	

- d. Représenter D_1, D_2, T et \mathcal{C} .
3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ possède une solution unique α dans $[-3; 3]$, puis donner un encadrement de α d'amplitude $2 \cdot 10^{-2}$.
4. On se propose de déterminer l'aire \mathcal{A} , en cm^2 , de la partie du plan limitée par la courbe \mathcal{C} , la droite D_1 , et les droites d'équations $x = 2$ et $x = 3$.
 - a. Hachurer cette partie du plan sur le graphique.
 - b. Vérifier que $\frac{2}{e^x + 1} = 2 - \frac{2u'(x)}{u(x)}$ où $u(x) = e^x + 1$ et où u' est la dérivée de u .
En déduire une primitive de $g(x) = \frac{2}{e^x + 1}$.
 - c. Calculer \mathcal{A} ; en donner la valeur exacte, puis une valeur décimale approchée à 10^{-2} près par défaut.