Baccalauréat ES Polynésie septembre 1997

Exercice 1 **5 points**

Le tableau ci-dessous, dans lequel x_i est le nombre annuel de mariages en milliers et y_i le nombre annuel de divorces (également en milliers), donne l'évolution des mariages et des divorces en France de 1977 à 1986 :

Année	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986
x_i	368	355	340	334	315	312	300	281	269	266
y_i	71	74	78	81	86	92	97	102	106	107

Exemple de lecture : en 1979 il y a eu 340 000 mariages et 78 000 divorces (nombres arrondis au millier).

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ dans le plan rapporté à un repère orthogonal, en graduant l'axe des abscisses à partir de 265 et l'axe des ordonnées à partir de 71 – unités graphiques : 1 cm pour 5 milliers en abscisse, 1 cm pour 2 milliers en ordonnée,
2. **a.** Déterminer les coordonnés du point moyen G du nuage et le coefficient de corrélation linéaire entre x et y au centième près. Quel type d'ajustement peut-on envisager ?

   b. Donner une équation de la droite de régression $y = ax + b$ de y en x par la méthode des moindres carrés. On arrondira a au centième et b à l'unité.

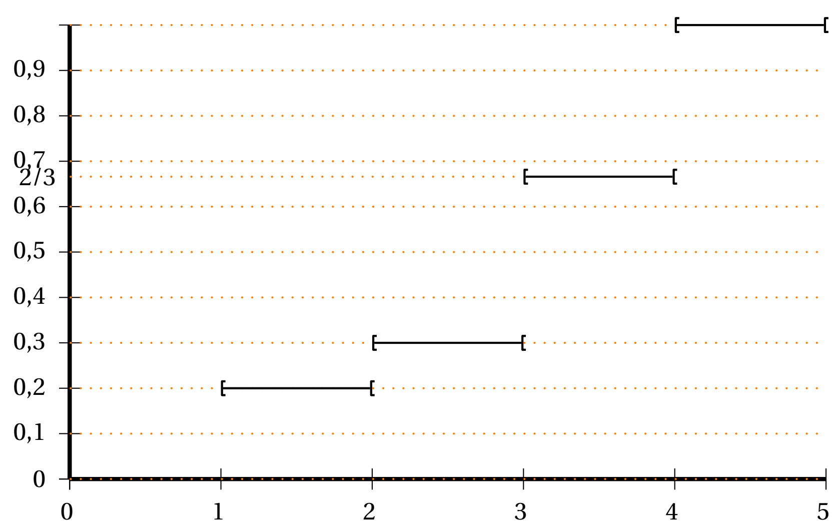
   N. B. : Le détail des calculs n'est pas demandé,

   c. Tracer la droite de régression sur la figure utilisée pour le nuage de points,
3. **a.** Sachant que le nombre de divorces en 1988 était de 140 000, à quelle estimation du nombre de mariages conduit la méthode précédente pour cette même année 1988 ?

   b. En réalité le nombre des mariages a été de 271 000. À quelle erreur l'estimation conduit-elle ? Exprimer cette erreur en pourcentage de la valeur réelle.

Exercice 2 **5 points**

Soit X la variable aléatoire, pouvant prendre les valeurs 0, 1, 2, 3 et 4, dont la fonction de répartition F, définie par $F(x) = p(X \leqslant x)$ (c'est-à-dire probabilité de l'évènement : « $X \leqslant x$ »), est représentée graphiquement par la figure ci-dessous :



Exemple : La probabilité que $X \leqslant 2,7$ est $0,3$.

1. Justifier que la probabilité de l'évènement : « $X = 4$ » est égale à $\dfrac{1}{3}$, puis donner, à l'aide de fractions irréductibles, et sans justifications, la loi de probabilité de X.
2. Calculer la valeur exacte de l'espérance mathématique de X puis une valeur approchée par défaut à 10^{-3} près de l'écart type de X.
3. On dispose de deux urnes :
l'urne A qui contient : 3 boules noires et 2 boules blanches ;
l'urne B qui contient : 3 boules noires et 4 boules blanches.
Toutes les boules sont indiscernables au toucher.
On considère l'expérience suivante :
— lorsque X prend la valeur 4, on tire une boule au hasard de l'urne A
— lorsque X ne prend pas la valeur 4, on tire une boule au hasard de l'urne B.

   a. En traduisant les conditions de l'énoncé, expliciter les probabilités des évènements suivants :
   tirer une boule blanche sachant que $X = 4$;
   tirer une boule blanche sachant que $X \neq 4$.
   En déduire la probabilité de l'évènement : « $X = 4$ » et on tire une boule blanche ».

   b. Déterminer la probabilité de tirer une boule blanche.

N. B. : On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles,

Problème **10 points**

On considère la fonction f définie dans $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 3x + 2 - \mathrm{e}^{3x}.$$

1. **a.** Déterminer la limite de f en $-\infty$.

   b. En écrivant $f(x) = 3x\left(1 + \dfrac{2}{3x} - \dfrac{\mathrm{e}^{3x}}{3x}\right)$ pour $x \neq 0$, déterminer la limite de f en $+\infty$.

   c. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de f. étudier son signe et dresser le tableau de variation de f.

   d. Démontrer que sur $[0 ; 1]$ l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α.

   e. Après l'avoir recopié, compléter le tableau suivant (formé à l'aide de valeurs décimales approchées à 10^{-2} près) :

x	-2	-1	$-0,7$	$-0,5$	$-0,4$	$-0,3$	$-0,2$	$-0,1$	0	$0,3$	$0,4$	$0,7$	1
$f(x)$	$-4,00$	$-1,05$		$0,28$						$0,44$	$-0,12$	$-4,07$	$-15,09$

   En déduire un encadrement de α.

2. Le plan est rapporté à un repère orthogonal (unités graphiques : 5 cm sur l'axe des abscisses, 2 cm sur l'axe des ordonnées). On appelle Γ la courbe représentative de f dans ce plan.
Montrer que la droite Δ d'équation $y = 3x + 2$ est asymptote à la courbe Γ lorsque x tend vers $-\infty$.
étudier la position relative de Δ et Γ.
Tracer Δ, puis Γ, pour x dans l'intervalle $[-2 ; 0,7]$.
3. Déterminer le point A de Γ où la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = 2x$.
Représenter, sur la figure précédente, le point A et la tangente en A à Γ.
4. On considère l'ensemble des points du plan situés entre Γ et Δ et entre les droites d'équations $x = -0,5$ et $x = 0$.
Hachurer cette partie du plan, sur la figure précédente.
Calculer son aire, en unités d'aire (on donnera la valeur exacte, puis une va- leur décimale approchée à 10^{-1} près),