# Baccalauréat ES Polynésie septembre 1998

**EXERCICE 1** **4 points**

Le tableau ci-dessous représente la dette extérieure en pourcentage du PIB pour la Belgique (PIB : Produit Intérieur Brut).

| $x_i$ années | 1975 | 1976 | 1977 | 1978 | 1979 | 1980 | 1981 | 1982 | 1983 | 1984 | 1985 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ dette en % du PIB | 0,2 | 0,1 | 0,1 | 0,5 | 1,8 | 4,5 | 11,0 | 16,6 | 20,1 | 23,2 | 21,2 |

Source : CEE Eurostat Monnaies et Finances 1987

1. Représenter le nuage de points associés à cette série statistique en choisissant des unités graphiques adaptées.
2. Donner le coefficient de corrélation linéaire de cette série statistique : le résultat sera lu sur la calculatrice et arrondi à $10^{-2}$ près.
3. On veut déterminer la droite de régression de $y$ en $x$ obtenue par la méthode des moindre carrés.

   Caractériser cette droite par une équation de la forme $y = mx + p$ où $m$ est l'arrondi à $10^{-4}$ près et $p$ l'arrondi à $10^{-1}$ près des valeurs lues sur la calculatrice.
4. **a.** Utiliser la question précédente pour prévoir la dette extérieure de la Belgique, en pourcentage du PIB en 1986.

   **b.** La valeur réelle atteinte en 1986 est égale à 20,6. À quelle erreur, en pourcentage de la valeur réelle, l'estimation conduit-elle ?

**EXERCICE 2 OBLIGATOIRE** **5 points**

Un patineur participe à une compétition. Deux de ses sauts l'inquiètent. Il ne réussit le premier saut que dans 95 % des cas. Comme il est émotif, s'il ne réussit pas ce premier saut, il rate le deuxième 3 fois sur 10 ; sinon, si tout va bien lors du premier saut, il réussit le deuxième dans 90 % des cas.
On notera $\overline{A}$ l'évènement contraire d'un évènement $A$.
Soit $R_1$ l'évènement : « le patineur réussit le premier saut ».
Soit $R_2$ l'évènement : « le patineur réussit le deuxième saut ».

1. **a.** Calculer la probabilité de l'évènement $R_1$.

   **b.** Calculer la probabilité de l'évènement sachant que $R$, est réalisé.

   **c.** Calculer la probabilité de l'évènement $R_2$ sachant que $R_1$ n'est pas réalisé.
2. Déterminer la probabilité de l'évènement : « le patineur réussit les deux sauts ».
3. **a.** Calculer la probabilité de l'évènement $R_2$.

   **b.** Un spectateur, arrivé en retard, voit le patineur réussir le deuxième saut. Calculer la probabilité qu'il ait aussi réussi le premier saut.
4. Manquer le premier saut fait perdre 0,1 point, manquer le deuxième saut fait perdre 0,2 point ; le règlement prévoit que les pénalités s'ajoutent.

   Soit $X$ la variable aléatoire donnant le total des pénalités obtenues par ce patineur lors de la compétition.

   **a.** Déterminer la loi de probabilité de $X$.

   **b.** Calculer l'espérance mathématique de $X$. Quelle interprétation peut-on en faire ?

**PROBLÈME** **11 points**

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. On prendra pour unité graphique 1 cm sur chaque axe. Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (2,5 + x)\mathrm{e}^{-0,5x+1}.$$

**Partie A**

**I.** Étude de la fonction $f$.

1. Étudier le sens de variation de $f$.
2. Calculer $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} f(x)$.
3. Vérifier que pour tout réel $x$, $f(x) = \dfrac{2,5}{\mathrm{e}^{-0,5x+1}} + 2\mathrm{e} \times \dfrac{0,5x}{\mathrm{e}^{-0,5x}}$.
   En déduire $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x)$.
4. Dresser le tableau de variation de $f$. Tracer sa représentation graphique dans le repère $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

**II.** Soit $g$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 0,3x + 1$.

1. Construire dans le même repère $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ la représentation graphique de $g$.
2. On veut résoudre dans l'intervalle $[0\,;\,10]$ l'équation $f(x) = g(x)$, c'est-à-dire $f(x) - g(x) = 0$.
   Pour cela on pose, pour tout $x$ de $[0\,;\,10]$, $h(x) = f(x) - g(x)$.
   - **a.** En utilisant les résultats obtenus à la question **1.**, montrer que, pour tout $x$ de $[0\,;\,10]$, $h'(x)$ est strictement négatif.
   - **b.** En déduire que l'équation $h(x) = 0$ admet dans $[0\,;\,10]$ une solution unique que l'on notera $\alpha$.
   - **c.** Par lecture graphique, encadrer $\alpha$ à l'aide de deux nombres entiers consécutifs.
   - **d.** Donner un encadrement de $\alpha$ d'amplitude $10^{-2}$.

**Partie B**

**I.** On considère un produit pour lequel, en fonction du prix unitaire $p$ (en francs), la demande est donnée par $f(p)$ et l'offre par $g(p)$ ($p$ appartient à $[0\,;\,10]$).

1. Donner le prix d'équilibre c'est-à-dire celui pour lequel l'offre est égale à la demande.
2. Vérifier que, pour un prix de 3,10 F, si le prix augmente de 1 %, la demande diminue de 1 % environ.

**II.** La fonction E est définie sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ par $\mathrm{E}(x) = x\dfrac{f'(x)}{f(x)}$.
En économie, $E$ désigne l'élasticité de $f$.

1. Vérifier que, pour tout $x$ de $[0\,;\,10]$, $E(x) = \dfrac{-0,5x^2 - 0,25x}{x + 2,5}$.
2. **a.** Résoudre dans $[0\,;\,10]$ l'équation : $E(x) = -1$.
   **b.** Donner une valeur décimale approchée à $10^{-2}$ par défaut de la solution.