

## ∞ Baccalauréat ES Polynésie septembre 2000 ∞

### Exercice 1

5 points

#### Commun à tous les candidats

Un salarié a mis en réserve 10 000 F sur un compte rémunéré, au taux de 5 % par an, le 1<sup>er</sup> janvier 2000. Au 1<sup>er</sup> janvier des années suivantes, les intérêts sont cumulés à son capital. Le salarié décide par ailleurs de faire prélever sur ce même compte les frais de gestion de sa carte bancaire. Ces frais sont annuels, s'élèvent à 200 F et sont prélevés le 1<sup>er</sup> janvier de l'année suivante.

On note  $u_0$  le capital au 1<sup>er</sup> janvier 2000 et  $u_n$  le capital au 1<sup>er</sup> janvier de l'année  $(2000 + n)$ .

Ainsi  $u_0 = 10\,000$  et  $u_1 = 10\,300$ .

1. Calculer  $u_2$  et  $u_3$ .
2. Montrer que  $u_{n+1} = 1,05u_n - 200$ .
3. Soit  $(U_n)$  la suite définie pour tout entier naturel  $n$  par  $U_n = u_n - 4000$ .  
Montrer que  $v$  est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
4. En déduire l'expression de  $U_n$  puis de  $u_n$  en fonction de  $n$ .
5. De quelle somme, arrondie au franc, le salarié disposera-t-il au 1<sup>er</sup> janvier 2010?
6. Au bout de combien d'années le capital initial aura-t-il doublé?

### Exercice 2

5 points

#### Enseignement obligatoire

Une enquête est faite auprès des inscrits à un stage multi-activités (randonnée, natation, parapente, ...).

On note :

- $F$  l'ensemble des femmes participant à ce stage;
- $A$  l'ensemble des stagiaires, hommes et femmes, pratiquant la randonnée.

L'enquête relève que :

- $F$  représente 30 % de l'ensemble des stagiaires;
  - $A$  représente 48 % de l'ensemble des stagiaires;
  - chez les stagiaires du groupe  $A$ , il y a deux fois plus d'hommes que de femmes.
1. On interroge un stagiaire au hasard.
    - a. Quelle est la probabilité que ce stagiaire pratique la randonnée?
    - b. Quelle est la probabilité que ce stagiaire soit une femme pratiquant la randonnée?
  2. On interroge au hasard une stagiaire femme. Quelle est la probabilité qu'elle pratique la randonnée?
  3. On interroge trois stagiaires au hasard, de manière indépendante. Quelle est la probabilité que, parmi ces trois stagiaires, aucun ne pratique la randonnée?

**Problème****10 points**

Les représentations graphiques sont faites dans un même repère orthonormé d'unité graphique 2 cm.

1. Soit  $f$  la fonction définie sur  $[0 ; +\infty[$  par :

$$f(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}.$$

- a. Calculer  $f'(x)$ . Montrer que  $f'(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$ .
  - b. Étudier le signe de  $f'(x)$  et donner le sens de variation de  $f$ .
  - c. Tracer la partie  $\mathcal{C}$  de la courbe représentative de  $f$  limitée à  $[0 ; 3]$ .
2. Soit  $g$  la fonction définie sur  $[0 ; +\infty[$  par  $g(x) = \ln(x + 1)$ .
- a. Représenter graphiquement la fonction  $\ln$  sur  $[0 ; +\infty[$ .
  - b. En déduire la partie  $\mathcal{C}'$  de la courbe représentative de  $g$  limitée à  $[0 ; 3]$ .
3. a. Soit  $\Psi$  la fonction définie sur l'intervalle  $[0 ; 3]$  par :

$$\Psi(x) = f(x) - g(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \ln(x + 1).$$

Calculer  $\Psi(x)$ , puis dresser le tableau de variations de  $\Psi$  (on y fera figurer la valeur  $\Psi(0)$ ).

En déduire le signe de  $\Psi(x)$  pour  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0 ; 3]$ .

- b. Quelles sont les positions relatives de  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{C}'$  ?
4. a. Soit  $G(x) = (x + 1) \ln(x + 1) - x$ .  
Montrer que  $G$  est une primitive de  $g$  sur  $[0 ; +\infty[$ .
- b. Calculer, en  $\text{cm}^2$ , la valeur exacte de l'aire du domaine délimité par les courbes  $\mathcal{C}$ ,  $\mathcal{C}'$  et les droites d'équations  $x = 0$  et  $x = 3$ .  
Donner une valeur approchée décimale de cette aire à  $10^{-3}$  près.