

∞ **Baccalauréat mathématiques élémentaires** ∞
Polynésie septembre 1962

EXERCICE 1

Quelle relation entre les éléments A, B, C, a, b, c d'un triangle obtient-on par projection orthogonale sur la bissectrice intérieure de l'angle A , à partir de l'égalité vectorielle

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}?$$

EXERCICE 2

Pour quelles valeurs de m , le graphique de la fonction

$$2x^3 - 3x^2 + m$$

coupe-t-il l'axe des x en trois points?

Quels sont les cas particuliers?

Peut-on choisir m pour que l'abscisse de l'un de ces points soit supérieure à 2?

PROBLÈME

On donne un point O , un axe Ox et, sur cet axe, un point H tel que $\overline{OH} = X$; par H passe un second axe, défini par son angle polaire $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Hu}) = \theta$, sur lequel on choisit un point M défini par $\overline{HM} = u$.

1. Quelle est la distance orientée, y , de O à la perpendiculaire en M à HM ? (Indiquer sur quel axe est prise la mesure.)

Un cercle de centre O et de rayon R coupe la droite HM en A' et A'' .

Calculer le produit et la somme des mesures algébriques $\overline{HA'}$ et $\overline{HA''}$; former l'équation du second degré qui admet ces mesures pour racines.

Discuter l'existence de ces racines, R étant fixe, X et a pouvant varier; interpréter géométriquement cette discussion.

Former l'équation donnant les distances orientées, u' et u'' , de O aux médiatrices de HA' et HA'' ; comparer cette équation à la précédente; justifier le résultat.

2. Existe-t-il des triangles inscrits dans le cercle de centre O et de rayon R (qui est donc leur cercle circonscrit) et dont H soit l'orthocentre?

On supposera choisi le sommet A sur le cercle et l'on cherchera à construire B et C .

Comment s'énonce avec les éléments de ces triangles la propriété rencontrée à la fin de 1?

Discuter la possibilité de construction d'un ou plusieurs triangles ABC , suivant la position de A sur le cercle et la position relative du cercle et de H .

Ce triangle peut-il avoir tous ses angles aigus?