

Durée : 4 heures

∞ Baccalauréat C Polynésie<sup>1</sup> septembre 1986 ∞

EXERCICE 1

5 points

Soit  $k$  un entier naturel supérieur ou égal à 2 et  $f_k$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f_k(x) = (k+1)^x + (k+2)^x + \dots + (k+k)^x.$$

On considère un nombre réel  $\lambda$  tel que  $\lambda > 1$ .

On note  $E_k$  l'équation  $f_k(x) = k\lambda$ , où l'inconnue est  $x$ .

1.
  - a. Pour  $k$  fixé, étudier les variations de la fonction  $f_k$ .
  - b. Démontrer qu'il existe un nombre réel  $x_k$  et un seul solution de  $E_k$ .
2.
  - a. Démontrer que :  $k(k+1)^{x_k} \leq k\lambda \leq k(2k)^{x_k}$ .
  - b. En déduire un encadrement de  $x_k$ .
  - c. Démontrer que :  $\lim_{k \rightarrow +\infty} x_k \ln k = \ln \lambda$ .

---

1.