∽ Baccalauréat STT Pondichéry ∾
Comptabilité et gestion – Informatique et gestion avril 1998

Durée : 3 heures

Exercice 1 **5 points**

Deux services (A et B) d'une clinique se partagent l'usage de deux appareils médicaux : un scanner et une radio.
Une étude a montré que les patients du service A passent en moyenne 30 minutes au scanner et 20 minutes à la radio. Quant aux patients du service B, ils passent en moyenne 15 minutes au scanner et 20 minutes à la radio.
Le service du scanner fonctionne 9 heures par jour et celui de la radio 10 heures par jour.
Ces appareils étant coûteux, on cherche à déterminer le nombre x de patients du service A et le nombre y de patients du service B pour les utiliser au mieux chaque jour.

1. Déterminer un système d'inéquations portant sur x et y traduisant les contraintes.
2. À tout couple $(x\,;\,y)$ on associe un point M de coordonnées $(x\,;\,y)$ dans un repère orthonormal $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$ (unité : 0,5 cm).

   a. Montrer que le système obtenu au 1. est équivalent à (C) $\left\{\begin{array}{lcl} x & \geqslant & 0\\ y & \geqslant & 0\\ 2x+y & \leqslant & 36\\ x+y & \leqslant & 30\end{array}\right.$

   b. Déterminer graphiquement l'ensemble des points $M(x\,;\,y)$ dont les coordonnées vérifient les contraintes. (On hachurera la zone ne convenant pas.)

3. Pour la gestion des deux appareils, 30 F sont prélevés sur les frais médicaux des patients du service A et 20 F pour les patients du service B.

   a. Exprimer la somme S ainsi obtenue quotidiennement en fonction de x et de y.
   On obtient ainsi l'équation d'une droite Δ_S.
   Tracer sur le même graphique la droite Δ_{600}.

   b. Expliquer comment, grâce au graphique, on peut trouver le couple $\left(x_0\,;\,y_0\right)$ pour lequel la somme S est maximale.
   D'après cette étude graphique, trouver ce couple et calculer la somme maximale.

Exercice 2 **5 points**

Suite à une visite médicale dans 10 entreprises de service informatique, on a constaté qu'une certaine proportion du personnel travaillant devant un écran d'ordinateur souffrait régulièrement de maux de tête ou de troubles de la vision.
Ces résultats sont reproduits, par entreprise, dans le tableau ci-dessous :

Entreprise	n° 1	n° 2	n° 3	n° 4	n° 5	n° 6	n° 7	n° 8	n° 9	n° 10
Horaire quotidien devant un écran d'ordinateur x_i	5 h 30	5 h 30	6h	6 h 30	6 h 30	6 h 30	6 h 45	7 h 15	7 h 15	7 h 15
Pourcentage du personnel atteint y_i	30	40	45	40	45	50	55	55	60	55

1. Construire dans un repère orthogonal le nuage de points associé à ce tableau statistique.
   On prendra les unités suivantes :
   en abscisse : 1 cm pour 1/2 heure. (Par exemple : 7 h 15 correspond à 7,25)
   en ordonnée : 1 cm pour 10 %.

2. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage et le placer sur le graphique.

3. On considère les points A(8 ; 70) et B(8 ; 55). Construire les droites (GA) et (GB) sur le graphique précédent.

   a. On se propose de faire un ajustement du nuage par l'une de ces deux droites.
   Quelle droite vous semble la plus appropriée ? Expliquer votre choix.

   b. Déterminer une équation de la droite choisie.

4. En utilisant l'ajustement trouvé, estimer le pourcentage de personnes atteintes de maux de têtes pour une utilisation journalière de 7 h.

Problème **10 points**

On considère la fonction f définie sur $[-4, +\infty[$ par

$$f(x) = \left(3 - x^2\right) \mathrm{e}^x.$$

On note C la courbe représentative de f dans le repère orthonormal $\left(\mathrm{O}\,;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.
(On prendra le centimètre comme unité graphique).
Toute valeur approchée sera donnée à 0,1 près.

Étude de f

1. Calculer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$.

2. **a.** Calculer la dérivée de f et montrer que $f'(x) = (1 - x)(x + 3)\mathrm{e}^x$.
   Étudier le signe de $f'(x)$.

   b. En déduire le tableau de variations de f

Étude de points particuliers

3. **a.** Calculer $f(0)$ et $f'(0)$.
   En déduire une équation de la tangente à C au point d'abscisse 0.

   b. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

4. En utilisant les résultats du 2. b. et du 3. tracer C.

Calcul intégral

5. Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \left(1 + 2x - x^2\right) \mathrm{e}^x$.

   a. Calculer la dérivée F' de F.

   b. En déduire la valeur de $\mathscr{A} = \displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.
   On donnera la valeur exacte et une valeur approchée à 0,1 près.

   c. Interpréter graphiquement ce résultat.