

❧ Baccalauréat ES Pondichéry avril 2002 ❧

EXERCICE 1

4 points

Commun à tous les candidats

On donne les valeurs d'un indice boursier au premier de chaque mois entre janvier et septembre 2001.

| Date | 1/01 | 1/02 | 1/03 | 1/04 | 1/05 | 1/06 | 1/07 | 1/08 | 1/09 |
|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Rang x_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Indice y_i | 7 100 | 6 900 | 6 800 | 6 600 | 6 500 | 6 350 | 6 400 | 6 250 | 6 000 |

Les calculs seront effectués à l'aide de la calculatrice. Aucun détail de ces calculs n'est demandé.

1. Représenter dans un repère orthogonal le nuage de points associé à la série statistique $(x_i ; y_i)$. On prendra 1 cm pour deux unités en abscisse et 1 cm pour 200 points d'indice en ordonnées, en commençant au point $(0 ; 5 000)$.
2. Donner le coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i ; y_i)$ arrondi à 0,01.
3. On considère que ce coefficient justifie un ajustement affine par la méthode des moindres carrés. Donner une équation de la droite D d'ajustement affine de y en x (les coefficients étant arrondis à 0,01). Tracer D dans le repère.
4. On suppose que la tendance se poursuit.
 - a. En utilisant cet ajustement, donner une estimation à 10 points près de cet indice boursier au 1^{er} janvier 2002.
 - b. Calculer le mois à partir duquel on peut estimer que cet indice sera inférieur à 5 000. Comment peut-on vérifier ce résultat graphiquement ?

EXERCICE 2

5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un jardinier propose ses services pour la plantation de la pelouse dans un lotissement nouvellement construit. Il dispose de deux produits : soit un gazon sport, soit un gazon anglais.

Parmi les foyers du lotissement, 60% se déclarent intéressés par cette offre; cependant le jardinier sait par expérience que, parmi ceux qui se disent intéressés, 50% se décident pour le gazon sport, 30% pour le gazon anglais, les autres renonçant finalement à faire appel à lui.

On note :

I l'évènement « le foyer est intéressé »;

S l'évènement « le foyer prend du gazon sport »;

A l'évènement « le foyer prend le gazon anglais »;

R l'évènement « le foyer renonce à faire appel au jardinier ».

Un foyer du lotissement est pris au hasard.

1. Calculer les probabilités des évènements suivants :
 - « le foyer est intéressé et prend du gazon sport » soit $I \cap S$;
 - $I \cap A$;
 - $I \cap R$.
2. Calculer la probabilité que le jardinier ne plante pas la pelouse dans ce foyer.
3. La plantation du gazon sport est facturée 2 000 € et celle du gazon anglais s €. On appelle X la variable aléatoire égale au montant (qui peut être nul) versé au jardinier par un foyer pris au hasard dans le lotissement.
 - a. Donner la loi de probabilité de X .
 - b. Exprimer l'espérance mathématique de X en fonction de s .

- c. Calculer s pour que le jardinier espère gagner en moyenne 1 200 € par foyer dans ce lotissement.

EXERCICE 2**5 points****Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité**

Soit M la matrice carrée d'ordre 5 :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

1. Construire le graphe associé à M . On appellera A, B, C, D, E les sommets.
Ce graphe est-il connexe? Est-il complet?
2. Existe-t-il une chaîne eulérienne?
Existe-t-il un cycle eulérien?
3. Donner un encadrement du nombre chromatique du graphe et déterminer sa valeur.
4. a. Calculer M^2 .
b. Combien y-a-t-il de chaînes de longueur 2 entre A et B? Entre C et A?
5. Combien y-a-t-il de chaînes de longueur 3 entre B et D?

PROBLÈME**11 points****Commun à tous les candidats**

Une société d'achats en ligne veut analyser le déroulement d'une vente promotionnelle « flash » qu'elle a organisée sur l'Internet.

Cette vente, d'une durée annoncée de trois minutes, a provoqué sur son site un flux financier que l'on peut supposer continu et dont la vitesse instantanée a été variable en fonction du temps.

On a pu modéliser cette vitesse pendant les trois minutes de l'ouverture du site par la fonction f définie par

$$f(t) = 20te^{-\frac{t^2}{2}}$$

où t est le temps exprimé en minutes ($t \in [0 ; 3]$) et $f(t)$ est la vitesse instantanée de ce flux, exprimée en milliers d'euros par minute.

Sauf indication contraire, les résultats numériques seront arrondis au millième.

Partie A

Étude de la vitesse instantanée pendant les trois minutes de la vente.

1. Déterminer la fonction dérivée de f .
2. Démontrer que la vitesse admet un maximum. Donner un arrondi au millième de ce maximum.
3. Dessiner la courbe représentative \mathcal{C}_f de f dans un repère orthogonal (unités : 5 cm en abscisse, 1 cm en ordonnées) et préciser la tangente à \mathcal{C}_f au point d'abscisse 0 (on calculera son coefficient directeur).

Partie B

Détermination de la vitesse moyenne pendant les trois minutes de la vente.

1. Vérifier que la fonction F définie sur $[0; 3]$ par

$$F(t) = -20e^{-\frac{t^2}{2}}$$

est une primitive de f sur $[0; 3]$.

2. En déduire l'aire du domaine plan limité par l'axe des abscisses, la courbe \mathcal{C}_f et les droites d'équations $t = 0$ et $t = 3$ exprimée en unités d'aire, puis en cm^2 .
3. Quelle est la valeur moyenne de f sur $[0; 3]$?
4. Quelle a été la somme totale transférée à la fin des trois minutes (à un euro près)?

Partie C

Au cours des trois minutes, la somme d'argent transférée en fonction du temps écoulé (exprimée en milliers d'euros) est représentée par la fonction g définie par :

$$g(t) = 20 - 20e^{-\frac{t^2}{2}}, \quad \text{avec } t \in [0; 3].$$

1. Étudier les variations de g .
2. Tracer la courbe représentative de g et la tangente au point d'abscisse 0 dans le repère précédent.
3. On veut savoir à partir de quel instant t_0 il y a eu au moins 18 000 euros transférés.
 - a. Donner un encadrement d'amplitude 0,1 de t_0 en utilisant le graphique.
 - b. Résoudre l'inéquation $g(t) \geq 18$. En déduire une expression de la valeur exacte de t_0 et sa valeur approchée à une seconde près par excès.