# Baccalauréat ES Pondichéry avril 2001

**EXERCICE 1** **4 points**

**Commun à tous les candidats**

Le tableau suivant indique, en millions, la population de la France métropolitaine d'après les recensements depuis 1946.

| Année | Rang $x_i$ de l'année | Population $y_i$ |
|---|---|---|
| 1946 | 0 | 40,439 |
| 1954 | 8 | 42,706 |
| 1962 | 16 | 46,425 |
| 1968 | 22 | 49,712 |
| 1975 | 29 | 52,592 |
| 1982 | 36 | 54,335 |
| 1990 | 44 | 56,615 |
| 1999 | 53 | 58,416 |

Le détail des calculs statistiques effectués avec une calculatrice n'est pas demandé. Les nombres à déterminer seront arrondis à trois décimales.

**1.** Quel est le coefficient de corrélation linéaire entre $x$ et $y$ ?
Un ajustement affine est-il envisageable ?

**2.** Le plan est rapporté à un repère orthogonal, les unités graphiques étant :
- 0,25 cm sur l'axe des abscisses ;
- 1 cm sur l'axe des ordonnées, la graduation des ordonnées débutant à 40.

**a.** Construire le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.

**b.** Indiquer les coordonnées du point moyen G associé à la série $(x\ ;\ y)$ et placer ce point sur le graphique précédent.

**3.** Déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de $y$ en $x$ par la méthode des moindres carrés. Tracer cette droite (D) sur le graphique précédent.

**4.** En supposant que cette évolution de la population se poursuive, donner une estimation de la population en 2005.

**EXERCICE 2** **5 points**

**Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité**

Claude range ses crayons de couleur et il en trouve un orange, trois jaunes et quatre bleus. Il prend au hasard successivement trois crayons dont il note les couleurs : $o$ pour orange, $j$ pour jaune et $b$ pour bleu.

**1.** Tracer un arbre pondéré illustrant cette expérience aléatoire.
*Les réponses aux questions suivantes seront exprimées sous forme d'une fraction irréductible.*

**2.** Quelle est la probabilité de l'évènement : « Les trois crayons ont la même couleur » ?

**3.** Quelle est la probabilité de l'évènement : « Les trois crayons sont pris parmi les crayons de couleur orange ou jaune » ?

**4.** Quelle est la probabilité de l'évènement : « Parmi les trois crayons, un au moins est bleu » ?

**5.** Claude veut dessiner un drapeau bleu et jaune. Quelle est la probabilité qu'il puisse le faire, sachant que le premier crayon est bleu ?

**EXERCICE 2** **5 points**

**Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité**

L'espace est muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$. Les six points suivants sont définis par leurs coordonnées :

A$(1\,;\,-1\,;\,3)$ ; B$(1\,;\,1\,;\,3)$ ; C$(1\,;\,1\,;\,-3)$ ; A$'(19\,;\,-1\,;\,3)$ ; B$'(19\,;\,1\,;\,3)$ ; C$'(19\,;\,1\,;\,-3)$.

*Aucune figure n'est exigible.*

1. **a.** Montrer que les trois points A, B et C ne sont pas alignés.

   **b.** Établir que le vecteur $\overrightarrow{\text{AA}'}$ est normal au plan (ABC).

   **c.** Écrire une équation cartésienne du plan (ABC).

   **d.** Les quatre points A, B, B$'$ et C sont-ils coplanaires ?

   **a.** Prouver que le triangle ABC est rectangle.

   **b.** Calculer les coordonnées du point D tel que le quadrilatère ABCD soit un rectangle.

2. **a.** Démontrer que les trois points A$'$, B$'$ et C$'$ ne sont pas alignés.

   **b.** Les plans (ABC) et (A$'$B$'$C$'$) sont-ils sécants ou parallèles ? Justifier votre réponse.

3. **a.** Calculer les longueurs des segments [AB], [BC] et [AA$'$] notées respectivement $l_0$, $l_1$ et $l_2$.

   **b.** Les nombres $l_0$, $l_1$ et $l_2$ sont-ils les trois premiers termes d'une suite arithmétique ? Si oui, donner la raison.

   **c.** Les nombres $l_0$, $l_1$ et $l_2$ sont-ils les trois premiers termes d'une suite géométrique ? Si oui, donner la raison.

**PROBLÈME** **11 points**

**Partie A**

Soit $\varphi$ la fonction définie par :

$$\varphi : [2\,;\,20] \longrightarrow \mathbb{R} \qquad x \longmapsto x - 2 - 2\ln(x).$$

1. Étudier les variations de la fonction $\varphi$ puis dresser son tableau de variation.
2. Montrer que la fonction $\varphi$ s'annule exactement une fois sur l'intervalle $[2\,;\,20]$.
   Indiquer la valeur arrondie à une décimale de ce nombre.
3. En déduire le signe de la fonction $\varphi$ sur l'intervalle $[2\,;\,20]$ et récapituler ces résultats dans un tableau.

**Partie B**

Le plan est rapporté à un repère orthogonal, les unités graphiques étant 1 cm sur l'axe des abscisses et 5 cm sur l'axe des ordonnées.

Soit $f$ la fonction définie par :

$$f : [2\,;\,20] \longrightarrow \mathbb{R} \qquad x \longmapsto \frac{x\ln(x)}{x-2}.$$

$(\mathscr{C})$ désigne la courbe représentative de la fonction $f$ dans le plan muni de ce repère.

1. **a.** Montrer que la dérivée $f'$ de $f$ a le même signe que $\varphi$ sur $]2\,;\,20]$.

   **b.** étudier les variations de la fonction $f$, déterminer la limite de $f$ en 2 puis dresser le tableau de variation de cette fonction.

2. Prouver qu'il existe un unique point de la courbe $(\mathscr{C})$ où la tangente à la courbe en ce point est parallèle à l'axe des abscisses.

3. Tracer la courbe $(\mathscr{C})$.

**Partie C**

Soit $g$ la fonction définie par :

$$\begin{array}{rrcl} g\ :\ [2\ ;\ 20] & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \dfrac{1}{2}x^2 - 2x\ln(x). \end{array}$$

1. Montrer que $g$ est une primitive de $\varphi$ sur $[2\,;\,20]$.
2. Soit I le nombre défini par :

$$\mathrm{I} = \int_{16}^{20} \varphi(x)\,\mathrm{d}x.$$

   **a.** Exprimer le nombre I uniquement à l'aide de nombres entiers et des deux nombres $\ln 2$ et $\ln 5$.

   **b.** Donner la valeur de I arrondie à deux décimales.