Baccalauréat STG Mercatique Pondichéry 15 avril 2013 Correction

La calculatrice (conforme à la circulaire N° 99-186 du 16-11-99) est autorisée.

EXERCICE 1 — 5 points

Une entreprise de textile emploie 300 personnes dans le secteur confection. Il est composé de trois ateliers.
L'atelier de stylisme est constitué de 50 personnes. L'atelier de découpe est constitué de 100 personnes. Le reste du personnel travaille dans l'atelier de couture.
Après une étude sur l'absentéisme, le directeur des ressources humaines a constaté que sur une année :

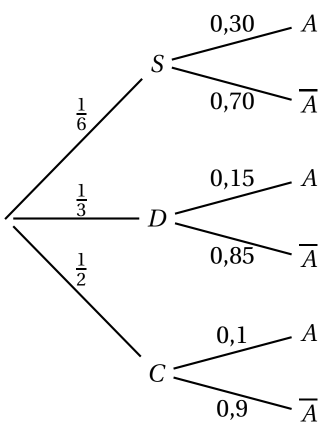
- 30 % des stylistes ont eu au moins une absence ;
- 15 % du personnel de découpe ont eu au moins une absence ;
- 90 % du personnel de l'atelier de couture n'ont pas eu d'absence.

On choisit une personne au hasard dans cette entreprise et l'on admet que chaque personne a la même probabilité d'être choisie.
On note :
S l'événement : « la personne choisie travaille à l'atelier de stylisme » ;
D l'événement : « la personne choisie travaille à l'atelier de découpe » ;
C l'événement :« la personne choisie travaille à l'atelier de couture » ;
A l'événement :« la personne choisie a eu au moins une absence ».
Si M et N sont deux événements, on note $\overline{M}$ l'événement contraire de l'événement M et $p_N(M)$ la probabilité de l'événement M sachant N.

1. L'univers est l'ensemble du personnel de l'entreprise. La loi est l'équiprobabilité. La probabilité d'un événement A est $p(A) = \frac{\text{nombre d'éléments de A}}{\text{nombre d'éléments de l'univers}}$
   a. Traduisons les données du texte en probabilité :
   - $p(S) = \frac{50}{300} = \frac{1}{6}$ car l'atelier de stylisme est constitué de 50 personnes et l'entreprise emploie 300 personnes.
   - $p(D) = \frac{100}{300} = \frac{1}{3}$ car l'atelier de découpe est constitué de 100 personnes.
   - $p(C) = 1 - (\frac{1}{6} + \frac{1}{3}) = \frac{1}{2}$ car le reste du personnel travaille dans l'atelier de couture.

   b.
   - $p_S(A) = 0{,}30$ car 30 % des stylistes ont eu au moins une absence ;
   - $p_D(A) = 0{,}15$ car 15 % du personnel de découpe ont eu au moins une absence ;
   - $p_C\left(\overline{A}\right) = 0{,}90$ car 90 % du personnel de l'atelier de couture n'ont pas eu d'absence.

2. Construisons un arbre pondéré décrivant la situation.



3. Calculons la probabilité de l'événement $S \cap A$, notée $p(S \cap A)$.

$$p(S \cap A) = p(S) \times p_S(A) = \frac{1}{6} \times 0{,}30 = 0{,}05.$$

4. Calculons $p(A)$.
   $p(A) = p(S) \times p_S(A) + p(D) \times p_D(A) + p(C) \times p_C(A) = 0{,}05 + \frac{1}{3} \times 0{,}15 + \frac{1}{2} \times 0{,}1 = 0{,}05 + 0{,}05 + 0{,}05 = 0{,}15.$

5. On sait que la personne choisie a eu au moins une absence cette année. La probabilité que cette personne soit un styliste est notée $p_A(S)$.
   $p_A(S) = \frac{p(A \cap S}{p(A)} = \frac{0{,}05}{0{,}15} = \frac{1}{3}.$

EXERCICE 2 **5 points**

Le tableau ci-dessous retrace l'évolution sur vingt ans du record du monde du 100 m en athlétisme chez les hommes.

	Année	Rang de l'année (x_i)	Temps en seconde (y_i)
Carl Lewis	1988	0	9,92
Carl Lewis	1991	3	9,86
Leroy Burrell	1994	6	9,85
Donovan Bailey	1996	8	9,84
Maurice Greene	1999	11	9,79
Asafa Powell	2005	17	9,77
Asafa Powell	2007	19	9,74
Usain Bolt	2008	20	9,69

1. **a.** Calculons le taux d'évolution du temps du record du monde du 100 m en athlétisme chez les hommes entre 1988 et 2008. Le taux est défini par $\frac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$. $T = \dfrac{9{,}69 - 9{,}92}{9{,}92} \approx -0{,}0232$.

Entre 1988 et 2008, le temps du record du monde mis pour courir le 100 m a baissé de 2,32 %.

b. Sur les 20 années de 1988 à 2008, montrons que le temps du record du monde à l'épreuve du 100 m en athlétisme chez les hommes a baissé chaque année en moyenne de 0,117 %.

Entre 1988 et 2008, le temps du record a subi 20 évolutions au taux moyen annuel t_m, le coefficient multiplicateur associé est donc $(1 + t_m)^{20}$ d'une part et de $1 - 0{,}0232 = 0{,}9768$ d'autre part.

Par conséquent, $t_m = (0{,}9768)^{\frac{1}{20}} - 1 \approx -0{,}00117$ soit environ 0,117 %.

2. Une représentation du nuage de points associé à la série statistique à deux variables $(x_i\ ;\ y_i)$ est donnée dans un repère orthogonal en annexe.

a. À l'aide de la calculatrice, une équation de la droite, Δ, d'ajustement de y en x de la série $(x_i\ ;\ y_i)$ obtenue par la méthode des moindres carrés est $y = -0{,}0095x + 9{,}9075$. Les coefficients sont donnés à 10^{-4} près.

Pour la suite de l'étude, on retient comme ajustement affine la droite Δ d'équation $y = -0{,}01x + 9{,}91$.

b. La droite Δ est tracée dans le repère figurant en annexe.

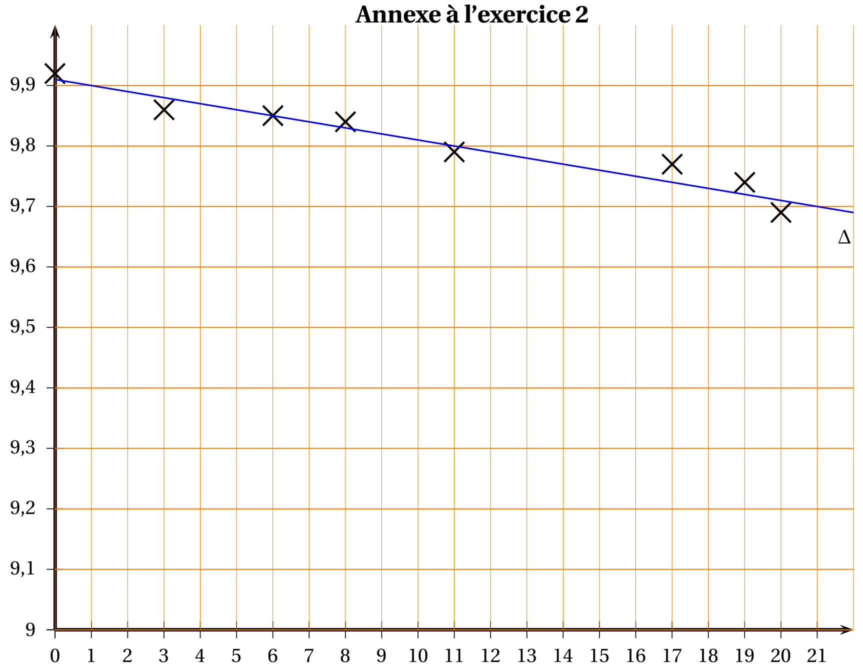
c. En utilisant ce modèle d'ajustement, nous pouvons estimer le record du monde du 100 m chez les hommes en 2009 à 9,7 s. En effet en 2009 $x = 21$ et en remplaçant x par cette valeur dans l'équation de Δ nous obtenons y=9,7.

d. En août 2009, Usain Bolt a battu son propre record en courant le 100 m en 9,58 s. Calculons le pourcentage d'erreur commise lors de l'ajustement par rapport au temps réel du record.

$\dfrac{9{,}7 - 9{,}58}{9{,}58} \approx 0{,}0125$. L'estimation était de 1,25 % plus élevée.

Le modèle est peu approprié à une compétition sportive. Le taux d'évolution ne peut être toujours identique.

Annexe à l'exercice 2



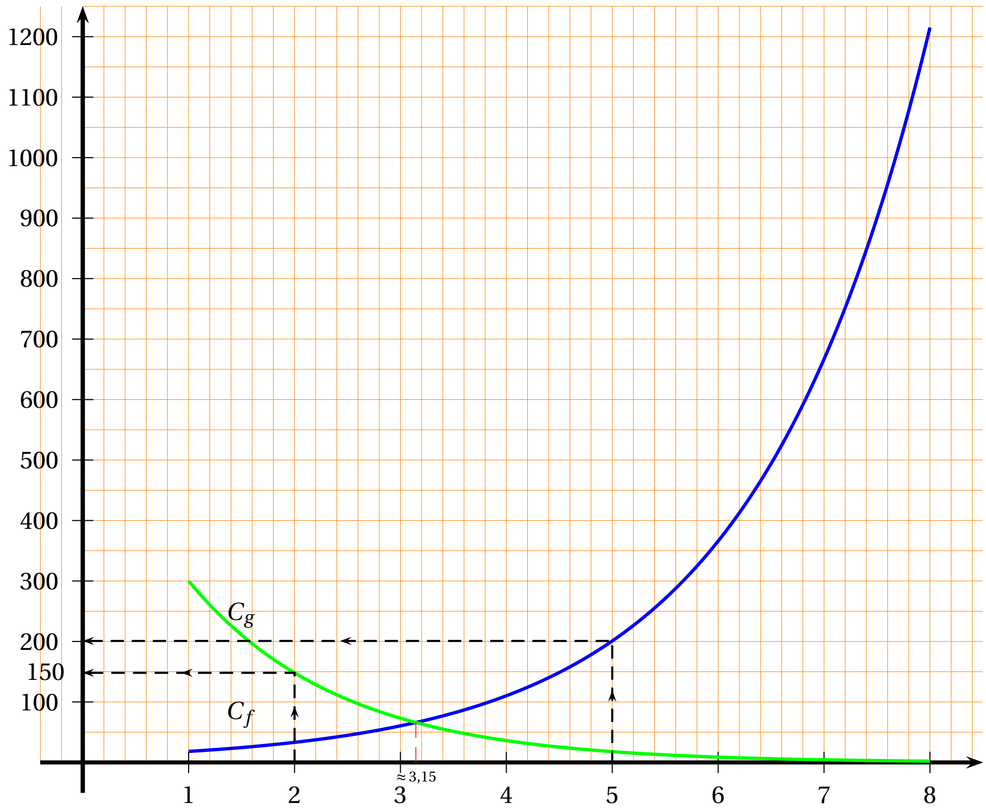
Exercice 3 **6 points**

Soient f et g deux fonctions définies sur l'intervalle $[1 ; 8]$. Les courbes C_f et C_g, représentant les fonctions f et g, sont données dans le repère ci-dessous.
Une entreprise vend sur le marché un article.
On rappelle que l'offre est la quantité d'articles que l'entreprise désire vendre sur le marché en fonction du prix et la demande est la quantité d'articles que les consommateurs veulent et peuvent acheter en fonction du prix.

Après une étude de marché, l'entreprise a modélisé l'offre par la fonction f et la demande par la fonction g : le prix unitaire x de l'article étant exprimé en euros, le nombre d'articles offerts en milliers est égal à $f(x)$ et le nombre d'articles demandés en milliers est égal à $g(x)$, avec $x \in [1 ; 8]$.

Partie A : lectures graphiques

1. Le nombre d'articles qui seraient demandés lorsque le prix unitaire est fixé à 2 € est $g(2)$. Nous lisons 150. Au prix de deux euros, il serait demandé 150 000 articles.
2. Le nombre d'articles que peut offrir l'entreprise lorsque le prix unitaire est fixé à 5 € est $f(5)$. Nous lisons 200. Au prix de cinq euros, il serait offert 200 000 articles.
   Dans ce cas, l'entreprise ne peut pas espérer vendre tous les articles qu'elle aura fabriqués car la demande serait d'environ 20 000 articles, demande très inférieure à l'offre.
3. Le prix d'équilibre de l'article c'est-à-dire la valeur de x pour laquelle $f(x) = g(x)$ est d'environ 3,15 €.



Partie B :

La fonction f est définie sur l'intervalle $[1 ; 8]$ par :

$$f(x) = 10\mathrm{e}^{0,6x}.$$

1. On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[1 ; 8]$ et on note f' sa fonction dérivée.
   $f'(x) = 10 \times 0,6\mathrm{e}^{0,6x}$.
2. Étudions le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[1 ; 8]$.
   Pour tout $x \in [1 ; 8]$, $f'(x) > 0$ comme produit de nombres réels strictement positifs
3. Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors f est strictement croissante sur I.
   Pour tout $x \in [1 ; 8]$, $f'(x) > 0$ par conséquent f est strictement croissante sur cet intervalle.

Partie C :

On se propose de déterminer, à l'aide d'un tableur, le prix d'équilibre.
Ci-dessous, un extrait d'une feuille de calcul, donne les valeurs de $f(x)$, celles de $g(x)$ et celles de $g(x)-f(x)$, pour x variant de $3,05$ à $3,20$ au pas de $0,01$.
Avec ce tableur, la fonction exponentielle se note EXP( ) et pour les colonnes B, C et D le format d'affichage numérique est à trois décimales.

1. Une formule qui, entrée dans la cellule B2, permet par recopie vers le bas d'obtenir la plage de cellules B2 : B17 est = 10*EXP(0,6*x).
2. Une formule qui, entrée dans la cellule D2, permet par recopie vers le bas d'obtenir la plage de cellules D2 : D17 est = C2 − B2 ou = $C2 − $B2
3. Le prix d'équilibre (arrondi au centime d'euro) est compris entre 3,14 et 3,15 €. En effet, pour 3,14 $g(x)-f(x)>0$ et pour 3,15 $g(x)-f(x)<0$

	A	B	C	D
1	x	$f(x)$	$g(x)$	$g(x)-f(x)$
2	3,05	62,339	70,947	8,608
3	3,06	62,714	70,452	7,738
4	3,07	63,091	69,960	6,869
5	3,08	63,471	69,472	6,001
6	3,09	63,853	68,988	5,135
7	3,10	64,237	68,507	4,269
8	3,11	64,624	68,029	3,405
9	3,12	65,013	67,554	2,541
10	3,13	65,404	67,083	1,679
11	3,14	65,798	66,615	0,817
12	3,15	66,194	66,150	$-0,043$
13	3,16	66,592	65,689	$-0,903$
14	3,17	66,993	65,231	$-1,762$
15	3,18	67,396	64,776	$-2,620$
16	3,19	67,802	64,324	$-3,478$
17	3,20	68,210	63,875	$-4,334$

EXERCICE 4 — 4 points

Cet exercice est un test vrai/faux.
Pour chacune des quatre propositions, relever le numéro de la proposition et dire si elle est vraie ou fausse. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse juste rapporte 1 *point ; une réponse fausse enlève* 0,5 *point ; l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Si le total des points est négatif la note attribuée à l'exercice est ramenée à* 0.

Un restaurateur décide de créer une terrasse afin d'accueillir davantage de clients pendant la saison estivale. Il a donc besoin de mobilier de jardin. Il prévoit deux modèles, l'un noir et l'autre blanc.
Pour un modèle noir, le lot d'une valeur de 1 600 € comprend une table, deux chaises et deux fauteuils.
Pour un modèle blanc, le lot d'une valeur de 2 400 € comprend une table, six chaises et un fauteuil. Le projet du restaurateur est de disposer d'au moins 42 chaises et 15 fauteuils.
Soient x le nombre de lots noirs et y le nombre de lots blancs achetés par le restaurateur.
La partie non hachurée du graphique ci-dessous représente l'ensemble des points M dont les coordonnées entières $(x\,;\,y)$ sont solutions du système des contraintes de ce problème.
en résumant les données du problème nous avons

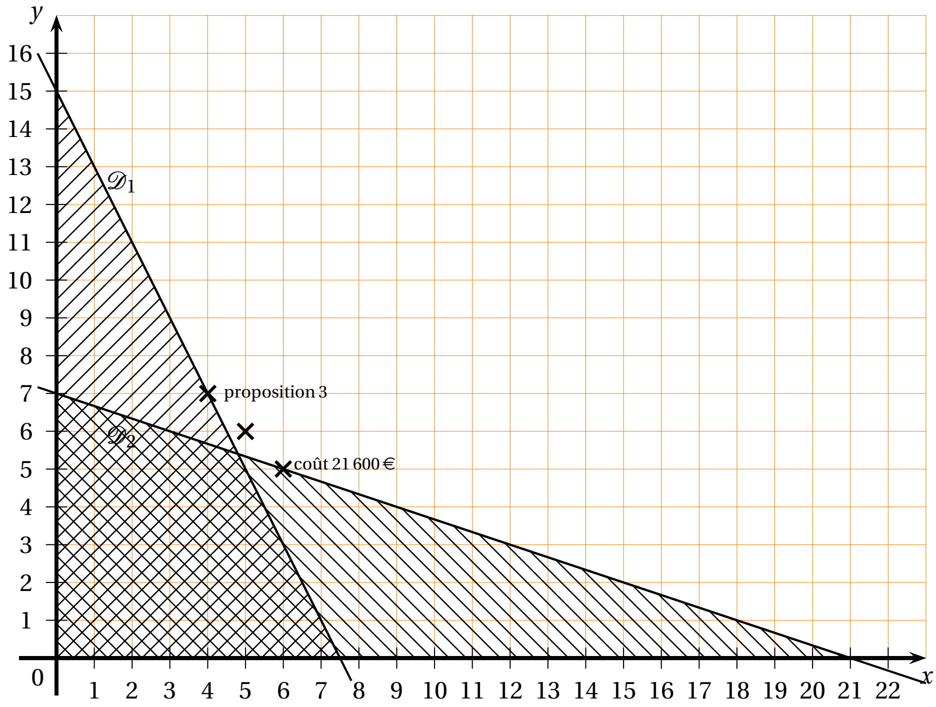
	table	chaises	fauteuils	valeur
noir x	1	2	2	1 600
blanc y	1	6	1	2 400
minimum		42	15	

Proposition 1 : La contrainte liée au nombre de chaises peut se traduire par : $x+3y\geqslant 21$. Vraie

Proposition 2 : La droite $\mathscr{D}_1$ admet pour équation réduite : $y=-\dfrac{1}{2}x+15$. Fausse.
l'équation de $\mathscr{D}_1$ est $y=-2x+15$.

Proposition 3 : En commandant 4 lots du modèle noir et 7 lots du modèle blanc toutes les contraintes sont respectées. Vraie

Proposition 4 : En respectant toutes les contraintes, le minimum d'argent dépensé lors de la commande du mobilier sera de 21 600 €. Vraie


y
x
0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16
$\mathscr{D}_1$
$\mathscr{D}_2$
proposition 3
coût 21 600 €