∽ Baccalauréat Pondichéry avril 1958 ∾

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1er sujet

Progressions géométriques. Définition, calcul du terme de rang n, connaissant le premier terme a et la raison q.
Somme S_n des n premiers termes.
Déterminer, quand elle existe, la limite de cette somme quand n croît indéfiniment.
Application : Calculer S_n pour $a = 2$, $q = 1/3$, $n = 10$.

2e sujet

Dérivée de la racine carrée d'une fonction ayant une dérivée (ne pas appliquer le théorème des fonctions de fonctions).
Application : calculer la dérivée de

$$y = \sqrt{\frac{x+3}{x-2}}.$$

Valeur numérique de cette dérivée pour $x = -4$.

3e sujet

Fonction primitive d'une fonction.
Interprétation géométrique.
Calculer une fonction primitive de $y = \dfrac{x^4+1}{x^2}$.
Calculer l'aire de la portion de plan comprise entre la courbe figurative des variations de y, l'axe des x et les. droites d'équations $x = 1$, $x = 2$.

II. Problème

égal à .2 :.. 3 Il)
On donne dans le plan un point fixe O et une droite fixe (D) ne passant pas par O.
On appellera désormais cercle (Γ) tout cercle du plan possédant la propriété d'être vu de O sous un angle égal à $\dfrac{\pi}{3}$.

1. Tout point γ du plan peut être le centre d'un cercle (Γ) dont on déterminera le rayon en fonction de Oγ.
2. On désignera par cercle (ω) tout cercle (Γ) du plan dont le centre ω est situé sur (D).

   Soit donc ω un point de la droite (D) et le cercle (ω) correspondant ; T et T$'$ sont les points de contact des tangentes menées de O au cercle (ω).

   Trouver le lieu du point d'intersection H de Oω et de TT$'$ lorsque ω décrit la droite (D).

   Enveloppe de la droite TT$'$.
3. Déterminer l'enveloppe (P_1) de la droite ωT et l'enveloppe (P_2) de la bissectrice intérieure de l'angle OωT.
4. Démontrer que (D) est une tangente commune aux courbes (P_1) et (P_2).

5. Par H on mène la perpendiculaire à (D), qui coupe le cercle (ω) en M et M$'$; on désigne par M$'$ celui de ces deux points qui est le plus rapproché de O.
   Démontrer que le cercle (M) de centre M et de rayon MH est un cercle (Γ).
   Utiliser ce résultat pour trouver le lieu de M quand ω décrit (D).
   Préciser les éléments de ce lieu.