∾ Baccalauréat ES Pondichéry avril 1995 ∾

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

La crise de la presse écrite

Pour répondre aux questions suivantes, il faut lire les graphiques donnés à la fin de l'énoncé.

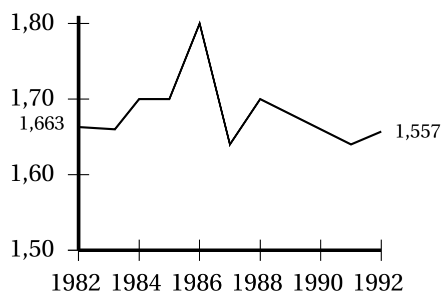
1. **a.** Calculer les taux de variation des diffusions de la presse quotidienne nationale et de la presse quotidienne régionale de 1982 à 1992 (document 1).

   b. Quel est, de ces deux secteurs, celui qui, pourcentage, est le plus touché depuis 1982 ?
2. En utilisant le document 2, déterminer quels étaient les investissements publicitaires pour la presse nationale en 1990.

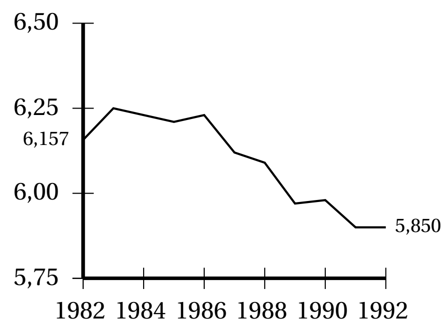
Document 1 : la presse quotidienne

Presse quotidienne (G. P.) nationale

évolution moyenne journalière 1982 – 1992
millions d'exemplaires, diffusion payée en France



Presse quotidienne (G. P.) régionale et départementale
évolution moyenne journalière 1982 – 1992
millions d'exemplaires, diffusion payée en France



Source : troisième observatoire annuel de l'écrit, OJD diffusion contrôle, juin 1993

Document 2 :
Les investissements publicitaires en 1992

IREP (OJD, *op. cit.*)	Total hors gratuits en millions de F	Évolution	
		1991/1992	1992/1993
Quotidiens nationaux	2 532	−16,9 %	−18,4 %
Quotidiens régionaux	4 868	−8,5 %	−5,7 %
Magazines	8 284	−6 %	−0,9 %

EXERCICE 2 **4 points**
Enseignement obligatoire

Chacun des 10 mots de la phrase « Rien ne sert de courir, il faut partir à point » est inscrit sur un carton. On suppose les cartons indiscernables au toucher et on les place dans une urne.
On tire au hasard un carton. (Les tirages sont donc supposés équiprobables.)
Si le mot inscrit sur le carton contient une voyelle, on gagne 10 points.

Si le mot inscrit sur le carton contient deux voyelles, on perd 20 points.
Si le mot inscrit sur le carton contient trois voyelles, on gagne 20 points.
On désigne par X la variable aléatoire qui, à chaque tirage, associe le nombre de points obtenus (positif ou négatif).

1. Déterminer la loi de probabilité de X.
2. Calculer l'espérance mathématique de X et l'écart-type de X.
3. On dit que le jeu est équitable si l'espérance mathématique est nulle.
   Sans changer les gains obtenus pour les mots contenant une ou trois voyelles, quelle devrait être la perte pour un mot contenant deux voyelles dans un jeu équitable ?

EXERCICE 2 **4 points**
Enseignement de spécialité

Un sac contient 2 pièces de 20 centimes, 4 pièces de 10 centimes et 4 pièces de 50 centimes. On tire 3 pièces simultanément. (Les tirages sont supposés équiprobables.)

1. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de pièces de 20 centimes sorties lors d'un tirage.
   a. Déterminer la loi de probabilité de X.
   b. Calculer l'espérance mathématique et l'écart type de X.
2. On considère l'évènement A « la somme obtenue lors d'un tirage est strictement inférieure à 50 centimes ».
   a. Montrer que la probabilité de A est égale à 125'
   b. On répète l'épreuve 4 fois. (Les pièces sont remises dans le sac après chaque épreuve.)
   Soit Y la variable aléatoire représentant le nombre de fois où on a obtenu une somme strictement inférieure à 50 centimes.
   Expliquer pourquoi Y suit une loi binomiale.
   En déduire l'espérance mathématique de Y.

PROBLÈME **12 points**

Une entreprise fabrique des objets P. On note x le nombre d'objets fabriques, exprimé en milliers. Pour des raisons d'approvisionnement, x appartient à l'intervalle $[0~;~3,5]$. On note $C(x)$ le coût de fabrication exprimé en millions de francs. On définit une fonction « coût marginal »M par $M(x) = C'(x)$, où C' désigne la fonction dérivée de C. On définit une fonction « coût moyen »C par $C_m(x) = \dfrac{C(x)}{x}$.

Partie A

On suppose que, pour cette production, le coût marginal est défini par

$$M(x) = 1 + \frac{x-3}{8}\mathrm{e}^x.$$

1. On désigne par M' la fonction dérivée de M. Calculer $M'(x)$. Déterminer le signe de $M'(x)$, et en déduire le sens de variation de M sur l'intervalle $[0~;~3,5]$. En déduire ensuite que M est strictement positive sur $[0~;~3,5]$.
2. On désigne par g la fonction définie sur l'intervalle $[0~;~3,5]$ par $g(x) = \dfrac{ax+b}{8}\mathrm{e}^x$, où a et b sont deux réels. Déterminer a et b pour que la dérivée g' soit définie par $g'(x) = \dfrac{x-3}{8}\mathrm{e}^x$.
   En déduire la primitive de M sur $[0~;~3,5]$ qui s'annule pour $x = 0$.

Partie B

On définit la fonction « coût » C par

$$C(x) = x + \frac{x-4}{8}\text{e}^x + \frac{1}{2}.$$

1. Vérifier que, pour tout x de l'intervalle $[0~;~3,5]$, $C'(x) = M(x)$. Dresser le tableau de variations de C.
2. Tracer la courbe représentative Γ de $\mathcal{C}$ dans le plan rapporté à un repère orthogonal d'origine 0.

   On prendra en abscisses 2 cm pour représenter un millier d'objets, et en ordonnées, 5 cm pour représenter un million de francs.

Partie C

On désigne par A un point d'abscisse x sur la courbe Γ et par $\mathcal{D}_x$, la droite (OA).

1. Pourquoi le coefficient directeur de $\mathcal{D}_x$ est-il égal à $C_m(x)$?
2. Tracer les droites D_1 et D_2 correspondant respectivement à $x = 1$ et à $x = 2$. Quelle est celle qui a le plus petit coefficient directeur ?
3. Par une lecture du graphique, déterminer à la centaine près le nombre d'objets à fabriquer pour que le coût moyen soit minimal.
4. On sait en économie que le coût moyen est minimal lorsqu'il est égal au coût marginal.
   - **a.** Montrer que résoudre l'équation $C_m(x) = M(x)$ revient à résoudre l'équation $(x-2)^2\text{e}^x - 4 = 0$.
   - **b.** On désigne par f la fonction définie sur l'intervalle $[0~;~3,5]$ par $f(x) = (x-2)^2\text{e}^x - 4$. Étudier les variations de f, et en déduire que, sur l'intervalle $[0~;~3,5]$, l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution strictement positive dont on donnera un encadrement d'amplitude 10^{-1}.
   - **c.** En déduire le nombre d'objets à fabriquer pour que le coût moyen soit minimal.