

**☞ Baccalauréat Pondichéry juin 1957 ☞**  
**Série mathématiques**

**I. 1<sup>er</sup> sujet**

Résolution et discussion d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues.

On se bornera à exposer cette question sur l'exemple suivant :

$$\begin{cases} m^2x + y = 1, \\ x + m^2y = m, \end{cases}$$

$m$  désignant un paramètre.

**I. 2<sup>e</sup> sujet**

Étude des variations de la fonction

$$y = \frac{x^2 + 6x + 8}{x(x-2)}.$$

Représentation graphique de cette fonction.

**I. 3<sup>e</sup> sujet**

Notion de fonction primitive d'une fonction donnée.

Application au calcul de l'aire limitée par l'axe  $x'Ox$ , les parallèles à  $y'Oy$  d'abscisses respectives  $a$  et  $x$ , et la courbe représentative de la fonction  $y = f(x)$ , cette fonction étant définie, positive, croissante dans l'intervalle  $(a ; b)$  et  $x$  étant dans cet intervalle.

**II.**

Étant données deux droites  $u'Ou, v'Ov$  se coupant en O, on désigne par  $2\alpha \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$  l'angle des deux demi-droites  $Ou, Ov$ , par  $x'Ox$  la bissectrice de cet angle et de l'angle opposé par le sommet, par (P) le plan perpendiculaire au plan  $uOv$  le long de  $x'Ox$ .

1. Une sphère variable (S), de rayon *constant* R, reste tangente aux deux droites  $u'Ou, v'Ov$ , et son centre I reste dans le plan (P).

Trouver dans ces conditions le lieu (E) de I. (On pourra, par exemple, chercher la relation qui lie les coordonnées  $x$  et  $y$  de I par rapport au système d'axes constitué, dans le plan (P), par  $x'Ox$  et par la perpendiculaire  $y'Oy$  élevée en O au plan  $uOv$ ).

Le grand cercle de (S) dont le plan est perpendiculaire à  $x'Ox$  perce le plan  $uOv$  en deux points, M et N, dont on demande le lieu géométrique lorsque (S) varie comme il est dit ci-dessus.

2. Un cercle (C) variable, de rayon constant R, rencontre constamment les deux droites fixes  $u'Ou, v'Ov$  le plan de ce cercle reste perpendiculaire à  $x'Ox$ .

Trouver dans ces conditions le lieu (E') de son centre J.

3. Évaluer l'aire  $A$  de la portion de  $(P)$  comprise entre les deux courbes  $(E)$  et  $(E')$ .

Comment varie cette aire lorsque  $\alpha$  varie de  $0$  à  $\frac{\pi}{2}$  ?

Montrer que, pour toute valeur de  $\alpha$  dans cet intervalle, les points où  $(E')$  coupe  $x'Ox$  occupent par rapport à  $(E)$  des positions remarquables, que l'on précisera.

4. On donne dans le plan  $uOv$  une droite  $\Delta$  perpendiculaire à  $x'Ox$  au point  $T$  d'abscisse  $\overline{OT} = \lambda R$ , ( $\lambda \geq 0$ ) et l'on désigne par  $(Q)$  l'un des deux plans qui passent par  $\Delta$  et qui font avec le plan  $uOv$  un angle  $\varphi$  donné

$$\left(0 < \varphi \leq \frac{\pi}{2}\right).$$

Déterminer les sphères  $(S)$  du **1.** qui sont tangentes au plan  $(Q)$ .

Discuter en prenant  $\lambda$  comme paramètre et en supposant  $R$ ,  $\alpha$ ,  $\varphi$  constants.

*Application numérique :*  $\cotg \alpha = 4$ ,  $\sin \varphi = \frac{3}{5}$ .