

∞ Pondichéry juin 1962 ∞

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

On considère les courbes représentées par l'équation

$$y = x^3 - 1 - m(x - 1),$$

m désignant un paramètre variable.

1. Déterminer m de façon que la courbe soit tangente à l'axe des x .
2. Construire la courbe pour $m = \frac{3}{4}$.
3. Calculer, dans ce cas, à 0,1 près, l'aire de la région comprise entre la courbe et l'axe des x .

II

On considère, dans un plan, un triangle ABC et l'on désigne par D le point de contact du côté AC avec le cercle inscrit dans le triangle.

Ce triangle varie de telle sorte que B et C restent fixes et que la longueur CD reste constante.

1. Montrer que la parallèle menée de D à la bissectrice intérieure de l'angle en C du triangle coupe BC en un point fixe.
2. Indiquer sur quelle courbe se déplace le sommet A et étudier le cas particulier où $CD = \frac{BC}{2}$.
3. Indiquer sur quelle courbe se déplace le point de contact, E du côté AB avec le cercle inscrit et montrer que la droite DE passe par un point fixe.
4. Limites, si elles existent, des lieux de A et E.
Lieu du point de rencontre de la droite qui joint le point A au point de contact de BC et du cercle inscrit avec la droite qui joint le point P au centre du cercle inscrit.