Baccalauréat C Portugal février 1960

I. - 1er sujet

Variation et représentation graphique de la fonction

$$y = x^2 - 7x + 6.$$

I. - 2e sujet

Définition du vecteur accélération d'un point mobile animé d'un mouvement curviligne. Détermination de ce vecteur dans le cas où l'on définit la position du mobile en donnant, en fonction du temps, ses coordonnées dans un système d'axes rectangulaires Ox, Oy, Oz.
Application : Les coordonnées, dans un tel système d'axes, du point mobile M étant les fonctions suivantes du temps t :

$$x = 3(t + \cos 2t),\ \ y = 3(t + \sin 2t),\ \ z = 6t,$$

calculer la longueur du vecteur accélération de M.

I. - 3e sujet

Résoudre l'équation trigonométrique

$$\cos x - \sqrt{3} \sin x = \sqrt{2}.$$

II.
Soit ABC un triangle. On note a, b, c les longueurs de ses côtés (a = BC, b =CA, c =AB) et l'on suppose $a > b > c$.
Soit (Γ) le cercle circonscrit au triangle ABC.

1. **a.** Construire les cercles tangents à (Γ) en A et tangents à la droite BC.
   b. Démontrer que, A_1 et A_2 étant les points de contact de ces cercles avec BC, les droites AA_1 et AA_2 sont les bissectrices de l'angle A du triangle ABC.
   c. Soit A$'$ le milieu du segment A_1A_2. Calculer A_1B, A_1C, A_2B, A_2C et $\dfrac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}}$ en fonction de a, b, c.
   d. Montrer que la polaire de A$'$ par rapport à (Γ) et la droite support de la médiane AM du triangle ABC ont mêmes bissectrices que les droites AB et AC.
2. On appelle, de même, B_1 et B_2 les points de contact avec CA des cercles tangents à (Γ) en B et tangents à la droite CA, C_1 et C_2 les points de contact avec AB des cercles tangents à (Γ) en C et tangents à la droite AB.
   On désigne par B$'$ le milieu de B_1B_2 par C$'$ le milieu de C_1C_2 par (Γ_A) le cercle de centre A$'$ passant par A, par (Γ_B) le cercle de centre B$'$ passant par B, par (Γ_C) le cercle de centre C$'$ passant par C.
   a. Calculer en fonction de a, b, c les rayons de ces trois cercles. En déduire une relation liant ces rayons et indépendante de a, b, c.
   b. Démontrer que les trois cercles (Γ_A), (Γ_B) et (Γ_C) appartiennent à un même faisceau à points de base et que les polaires des points A$'$, B$'$, C$'$ par rapport à (Γ) sont concourantes.
   On pourra utiliser le théorème de Ménélaüs : si les points P, Q, R appartiennent respectivement aux droites BC, CA, AB, il faut et il suffit, pour qu'ils soient alignés, que

$$\frac{\overline{PB}}{\overline{PC}} \cdot \frac{\overline{QC}}{\overline{QA}} \cdot \frac{\overline{RA}}{\overline{RB}} = 1.$$