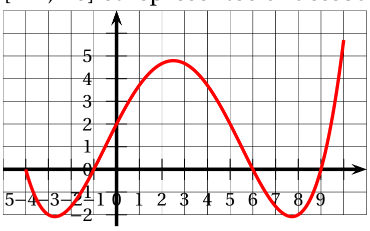
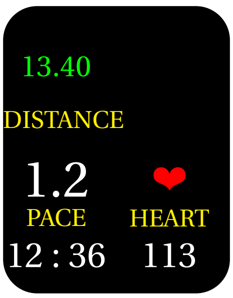
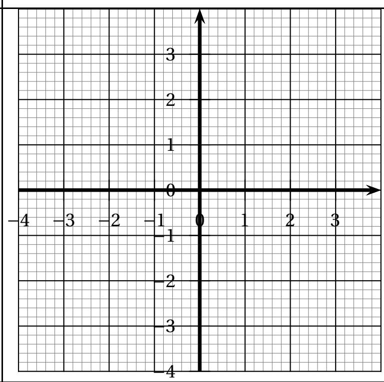
∽ Baccalauréat Première Métropole-La Réunion Série n° 2 ∾
série technologique e3c n° 30 mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première technologique

PARTIE I

Exercice 1 **5 points**

Automatismes **Sans calculatrice** **Durée : 20 minutes**

<table>
<tr><th></th><th>Énoncé</th><th>Réponse</th></tr>
<tr><td>1.</td><td>Compléter le tableau ci-contre sachant que t est un taux d'évolution (en %) et CM le coefficient multiplicateur associé.</td><td><table><tr><td>t</td><td>$-10\,\%$</td><td></td></tr><tr><td>CM</td><td></td><td>1,57</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>2.</td><td>Le prix du baril de pétrole a subi une hausse de 10 % suivie d'une baisse de 20 %. Si le prix du baril était initialement de 100 €, quel est le prix du baril après ces deux évolutions ?</td><td></td></tr>
<tr><td>3.</td><td>Répondre aux questions suivantes avec la précision permise par le graphique.</td><td>$f(4) = \dots$</td></tr>
<tr><td>4.</td><td>On considère la fonction f définie sur $[-4~;~10]$ et représentée ci-dessous :
</td><td>L'ensemble des solutions de $f(x) > 0$ est $S = \dots$</td></tr>
<tr><td>5.</td><td></td><td>Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $[-4~;~10]$.</td></tr>
<tr><td>6.</td><td>
L'écran d'une montre intelligente donne, entre autres, la distance parcourue en mile.
Si on considère qu'un mile correspond à 1,6 kilomètre, donner cette distance en kilomètre.</td><td></td></tr>
<tr><td>7.</td><td>Calculer $E = 1 - \frac{1}{4} \times \frac{2}{3}$. On donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.</td><td>$E = \dots$</td></tr>
<tr><td>8.</td><td>Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = -x^2 - 2x + 3$.</td><td>$f(5) = \dots$</td></tr>
<tr><td>9.</td><td>Dans le repère ci-contre, tracer la droite d'équation $y = -\frac{1}{2}x + 3$</td><td></td></tr>
<tr><td>10.</td><td>Développer et réduire l'expression
$(2x + 1)(5 - 3x)$.</td><td></td></tr>
</table>

PARTIE II

Calculatrice autorisée
Cette partie est composée de trois exercices indépendants

Exercice 2 **5 points**

Après l'administration d'un antibiotique, la population d'une bactérie, exprimée en dizaine de millier, est modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,3]$ par :

$$f(t) = -0,9t^2 + 1,53t + 3,51$$

où t désigne le temps exprimé en heure.
On administre l'antibiotique à l'instant $t = 0$.

1. Quel est le nombre de bactéries à l'instant où l'on administre l'antibiotique ?
2. Calculer $f(3)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
3. Vérifier que $f(t) = -0,9(t-3)(t+1,3)$.
4. **a.** Déterminer au bout de combien de temps après l'administration de l'antibiotique, le nombre de bactéries est maximal (on exprimera le résultat en heure-minute).
   b. Quel est alors le nombre maximal de bactéries ?

Exercice 3 **5 points**

La concentration de nicotine dans le sang d'un fumeur, exprimée en nanogramme par millilitre (ng/mL), peut être modélisée par la fonction N définie sur l'intervalle $[0\,;\,7]$ par :

$$N(t) = -0,25t^3 + 0,75t^2 + 6t + 7,$$

où t est le temps, en dizaine de minute, écoulé depuis la dernière cigarette fumée.
On note N' la fonction dérivée de la fonction N et on admet que $N'(t)$ est la vitesse d'absorption de la nicotine à l'instant t.

1. Déterminer l'expression de $N'(t)$ pour t appartenant à l'intervalle $[0\,;\,7]$.
2. On admet que pour tout réel t de l'intervalle $[0\,;\,7]$: $N'(t) = -0,75(t+2)(t-4)$.
   a. Donner le tableau de signes de $N'(t)$ sur l'intervalle $[0\,;\,7]$ puis en déduire le tableau de variations de la fonction N sur l'intervalle $[0\,;\,7]$.
   b. Quelle est la concentration maximale de nicotine dans le sang? Au bout de combien de temps est-elle atteinte ?
3. Le graphique présenté en annexe donne la représentation graphique de la fonction N sur l'intervalle $[0\,;\,7]$ et la tangente à cette représentation graphique au point d'abscisse 0.
   Déterminer, avec la précision permise par le graphique :
   a. La période durant laquelle la concentration de nicotine est supérieure ou égale à 20 ng/mL.
   b. La vitesse d'absorption de la nicotine à l'instant $t = 0$.

Exercice 4 **5 points**

Pour étudier l'efficacité d'un test de diagnostic d'une maladie, on réalise une étude sur un groupe de 5 000 personnes.
On obtient les résultats suivants :

	Personne atteinte de la maladie	Personne non atteinte de la maladie	Total
Personne ayant un test positif	99	147	246
Personne ayant un test négatif	1	4 753	4 754
Total	100	4 900	5 000

On choisit au hasard une personne de ce groupe. Chaque personne a la même probabilité d'être choisie.
On note M l'évènement : « la personne est atteinte de la maladie » et T l'évènement : « la personne a un test positif ».
Les évènements $\overline{M}$ et $\overline{T}$ désignent respectivement les évènements contraires de M et T.

1. Quelle est la probabilité que la personne soit atteinte de la maladie et que le test soit positif ?

2. Calculer $P_M(T)$.

3. Quelle probabilité que le test soit négatif sachant que la personne n'est pas atteinte de la maladie ?

4. On choisit trois personnes au hasard dans le groupe étudié et on regarde pour chacune d'elle si le test est positif. On modélise cette expérience par la répétition de trois épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes de succès T et de paramètre $P(T) = 0{,}0492$.

a. Représenter l'arbre de probabilités décrivant la situation.

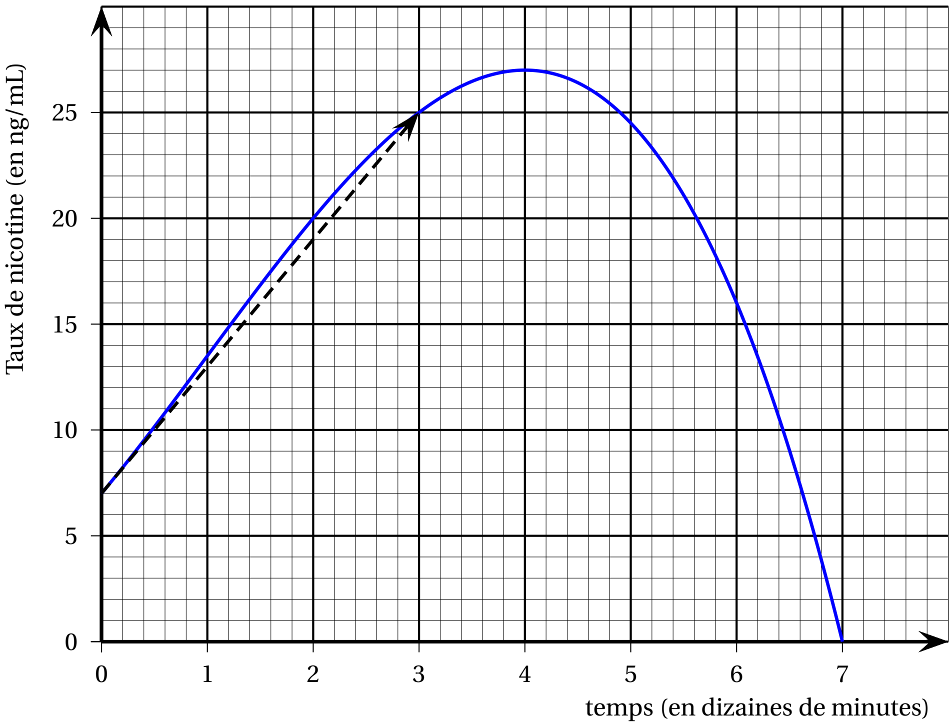
b. On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de personnes ayant un test positif parmi les trois personnes.

On donne, ci-dessous, un programme sous Python où figure, entre autres, la loi de probabilité de la variable aléatoire X :

```
X={0, 1, 2, 3}
p=[0,8595428245119999, 0.133433446464, 0.006904633536,
0.000119095488]
e=0
for k in range(4) :
    e=e+X[k]*p[k]
print(e)
```

Interpréter, dans le contexte de l'exercice, le nombre e obtenu après exécution du programme.

Annexe


Taux de nicotine (en ng/mL)
25
20
15
10
5
0
0
1
2
3
4
5
6
7
temps (en dizaines de minutes)