Baccalauréat Première Métropole-La Réunion Série n° 2
série technologique e3c n° 7 mai 2020

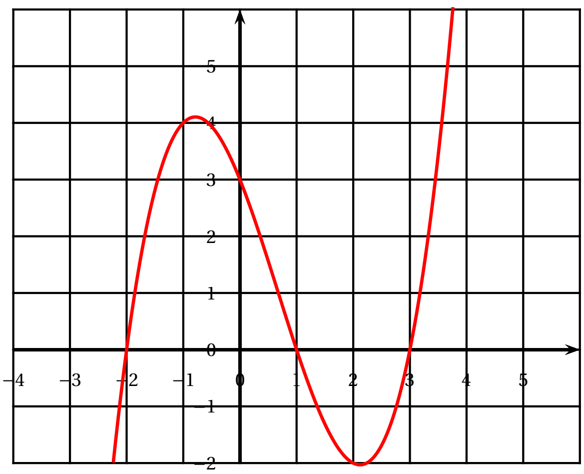
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première technologique

PARTIE I

Exercice 1 **5 points**

Automatismes 5 points **Sans calculatrice** **Durée : 20 minutes**

Pour chaque affirmation une seule des 4 réponses proposées est exacte.
Reporter la lettre de la réponse choisie en « Réponse » ».

	Énoncé	**Réponse**
	Pour les questions 1 et 2, on utilisera l'énoncé suivant : On note $T_F$la température en degrés Fahrenheit et T_C la température en degrés Celsius. On a la relation : $T_F = 1,8T_C + 32$.	
1.	Si $T_C = 30$, la valeur exacte de T_F est :	
2.	Si $T_F = 50$, alors T_C est égale à :	
3.	Un objet coûte 45 €. Il augmente de 30 %. Quel est son nouveau prix?	
4.	Un prix augmente de 10 % puis baisse de 30 %. Quelle est l'évolution globale de ce prix?	
5.	Résoudre l'équation $5x + 1 = 4(2x - 3)$.	
6.	Résoudre l'inéquation $-4x + 1 < 3 - 2x$.	
Pour les questions 7 à 10, on utilisera l'énoncé suivant : Sur le graphique suivant, on a représenté la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$. 		
7	Lire sur le graphique l'image de -1 par f.	
8	Résoudre $f(x) = -2$ avec la précision que permet le graphique.	
9	Dresser le tableau de signe de la fonction f sur $[-2 ; 3]$.	
10	Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $[-2 ; 3]$.	

PARTIE II

Calculatrice autorisée
Cette partie est composée de trois exercices indépendants

Exercice 2 **5 points**

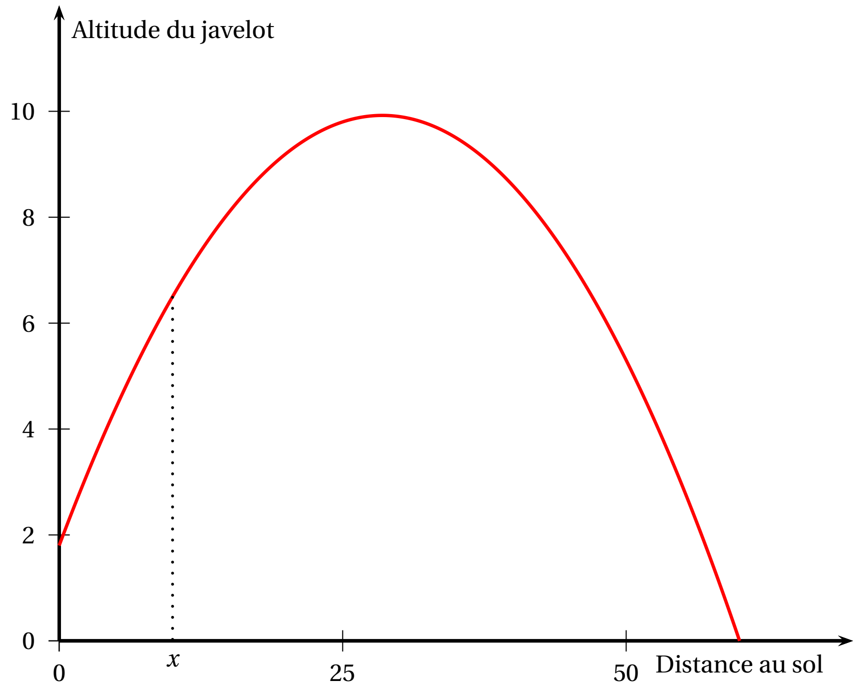
Un athlète s'entraîne au lancer de javelot. Au moment du lancer, le lanceur tient le javelot de telle manière que la pointe se trouve à la hauteur du sommet de son crâne. Pendant sa course, on considère que les frottements qui s'exercent sur la pointe du javelot sont négligeables, et que le javelot n'est soumis qu'à son poids. La trajectoire de la pointe du javelot est donc modélisée par une parabole.

1. Lors du premier essai de l'athlète, la trajectoire de la pointe du javelot est donnée par la fonction f telle que

$$f(x) = -0,01x^2 + 0,57x + 1,8$$

où x est la distance au sol en mètres parcourue par la pointe du javelot et $f(x)$ l'altitude, en mètres, de la pointe du javelot quand celle-ci se trouve à une distance au sol de x mètres du lanceur.

On donne ci-dessous la représentation graphique de f.



a. Calculer $f(0)$.
Quelle est la taille de l'athlète ?

b. Vérifier que $f(x) = -0,01(x+3)(x-60)$.

c. Quelle est la distance au sol totale parcourue par le javelot ?

d. Donner le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,60]$.
La hauteur maximale atteinte par le javelot dépasse-t-elle 10 m ? Justifier.

2. Lors du deuxième essai, la pointe du javelot réalise une trajectoire décrite par la fonction h telle que

$$h(x) = -0,01x^2 + 0,6x + 1,8,$$

où x est la distance au sol en mètres parcourue par la pointe du javelot et $h(x)$ l'altitude en mètres de la pointe du javelot quand celle-ci se trouve à une distance au sol de x mètres du lanceur.

On a écrit le script suivant en Python :

```
x=60
for i in range(1, 6):
print(" x= " x   "h(x)= " -0,01*x**2+0,6*x+1,8)
x=60+i
```

Lorsqu'on l'exécute, on obtient l'affichage suivant :

$x = 60 \quad h(x) = 1,8$

$x = 61 \quad h(x) = 1,1900000000000006$

$x = 62 \quad h(x) = 0,559999999999998$

$x = 63 \quad h(x) = -0,09000000000000052$

$x = 64 \quad h(x) = -0,7600000000000022$

L'athlète a-t-il amélioré sa performance par rapport à son premier lancer?

Exercice 3 **5 points**

Lorsqu'on conduit une voiture, il est conseillé de laisser entre son propre véhicule et celui qui précède, une distance de sécurité D qui est fonction de la vitesse v à laquelle on roule.
On admet que :

$$D(v) = 0,003v^2 + 0,3v + 8$$

où v est exprimée en km/h et D en mètres.
Cette formule est valable pour une vitesse v allant de 10 km/h à 130 km/h.

1. Calculer, arrondies au mètre près, les distances à respecter pour des vitesses de 50 km/h et 130 km/h.
2. La distance de sécurité est-elle proportionnelle à la vitesse? Justifier votre réponse.
3. On admet que la fonction D est dérivable sur $[10 ; 130]$ et on note D' sa dérivée. On admet que :

$$D'(v) = 0,006v + 0,3.$$

En déduire que la fonction D est strictement croissante sur l'intervalle $[10 ; 130]$.

4. Un tableur permet d'obtenir le tableau de valeurs suivant, dans lequel les valeurs de $D(v)$ sont données à l'unité près :

v	20	40	60	80	100	120
$D(v)$	15	25	37	51	68	87

Quelle est la vitesse à ne pas dépasser si on suit un véhicule à 51 m?

5. La société d'autoroute installe des panneaux de signalisation pour sensibiliser les conducteurs : « Un trait : danger, deux traits : sécurité ».
Sachant qu'un trait mesure 38 m et que l'intervalle séparant deux traits mesure 19 m, que pensez-vous de cette consigne pour une voiture roulant à 130 km/h? Justifier votre réponse.

Exercice 4 **5 points**

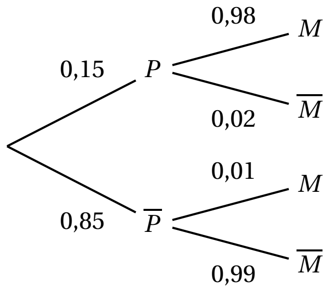
Une entreprise pharmaceutique souhaite commercialiser un test de dépistage d'une maladie infectieuse. Elle réalise une étude portant sur un échantillon représentatif de 2 000 personnes ayant subi le test et qui vivent dans un territoire victime d'une épidémie de cette maladie.
Les résultats de cette étude sont les suivants :

— 15 % des tests sont positifs

— 85 % des tests sont négatifs.

Parmi les personnes qui ont un test positif, 98 % développent la maladie et 2 % sont sains.
Parmi les personnes dont le test est négatif, 1 % développe la maladie et 99 % sont sains.

1. Montrer que la proportion de personnes de l'échantillon dont le test est positif et qui sont sains est égale à $\dfrac{3}{1000}$.
Soit P l'évènement : « le test est positif »;
M l'évènement : « la personne testée développe la maladie ».
On peut dresser l'arbre pondéré suivant :



On a $P\left(P\cap\overline{M}\right) = P(P)\times P_P\left(\overline{M}\right) = 0,15\times 0,02 = 0,003 = \dfrac{3}{1\,000}$.

2. **a.** Vérifier qu'au total, 311 personnes de l'échantillon ont développé la maladie.

D'après la loi des probabilités totales, on sait que :

$P(M) = P(P\cap M) + P\left(\overline{P}\cap M\right)$.

$P(P\cap M) = P(P)\times P_P(M) = 0,15\times 0,98 = 0,147$.

Or $P\left(\overline{P}\cap M\right) = P\left(\overline{P}\right)\times P_{\overline{P}}(M) = 0,85\times 0,01 = 0,008\,5$.

Donc $P(M) = 0,147 + 0,008\,5 = 0,155\,5$.

Donc pour 2 000 personnes testées cela représente $0,155\,5\times 2\,000 = 311$ personnes malades sur les 2 000.

b. En déduire la proportion des personnes qui sont effectivement malades dans cet échantillon.

On a $\dfrac{311}{2\,000} = \frac{1\,555}{10\,000} = 15,55\,\%$.

3. En utilisant les questions précédentes, recopier et compléter le tableau à double entrée suivant :

	Test positif (en %)	Test négatif (en %)	Total (en %)
Malade (en %)			15,55
Sain(en %)			
Total (en %)	15	85	100

4. On choisit une personne au hasard parmi les individus de l'échantillon. Calculer la probabilité que cette personne ait obtenu un test positif sachant qu'elle est effectivement malade.

On a $P_M(P) = \dfrac{P(M\cap P)}{P(M)} = \dfrac{P(P\cap M)}{P(M)} = \dfrac{0,147}{0,155\,5} \approx 0,945\,3 \approx 0,95$ au centième près.