ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2
Sujet 15 – mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

EXERCICE 1 **(5 points)**

Ce QCM comprend 5 questions.
Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Les questions sont indépendantes.
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer votre réponse.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire de point.

Question 1 :

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 100$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = u_n - \frac{13}{100}u_n$.
Quelle est la nature de la suite (u_n) ?

A. géométrique de raison 1

B. arithmétique de raison $-\dfrac{13}{100}$

C. géométrique de raison 1 et arithmétique de raison $-\dfrac{13}{100}$

D. géométrique de raison $0,87$

Question 2 :

On considère la variable aléatoire X qui prend les valeurs x_i pour i entier naturel allant de 1 à 5.
La loi de probabilité incomplète de la variable aléatoire X est donnée ci-dessous :

$X = x_i$	-6	-3	0	3	x_5
$P(X = x_i)$	0,2	0,1	0,2	0,4	0,1

L'espérance de la variable aléatoire X est égale à $0,7$.
Quelle est la valeur x_5 prise par la variable aléatoire X ?

A. 6 **B.** 1 **C.** 10 **D.** 100.

Question 3 :

Soit f la fonction dérivable définie sur $\left]-\dfrac{7}{3}\,;+\infty\right[$ par $f(x) = \dfrac{2x+3}{3x+7}$ et f' sa fonction dérivée.

A. $f'(x) = \dfrac{2}{3}$ **B.** $f'(x) = \dfrac{23}{(3x+7)^2}$ **C.** $f'(x) = \dfrac{5}{(3x+7)^2}$ **D.** $f'(x) = \dfrac{5}{3x+7}$.

Question 4 :

De 2017 à 2018, le prix d'un article a augmenté de 10 %. En 2019, ce même article a retrouvé son prix de 2018. Quelle a été l'évolution du prix entre 2018 et 2019 ?

A. une baisse de 10 %

B. une baisse de plus de 10 %

C. on ne peut pas savoir

D. une baisse de moins de 10 %.

Question 5 :

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 4$ et pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = 3u_n - 5$.
On souhaite qu'à la fin de l'exécution de l'algorithme, la valeur contenue dans la variable u soit celle de u_5. Quel algorithme doit-on choisir ?

A.

```
u = 4
n = 0
For k in range (5) :
   u = 3 * n − 5
   n = n + 1
```

B.

```
u = 4
n = 0
For k in range (5) :
   u_{n+1} = 3 * u_n − 5
   n = n + 1
```

C.

```
u = 4
For k in range (5) :
   u = 3 * u − 5
```

D.

```
u = 4
n = 0
While ⩽ 5 :
   u = 3 * u − 5
   n = n + 1
```

EXERCICE 2 **(5 points)**

Un restaurant propose à sa carte deux desserts différents :

— le premier dessert est un assortiment de macarons, et est choisi par 40 % des clients,

— le second dessert est une part de tarte, et est choisie par 30 % des clients.

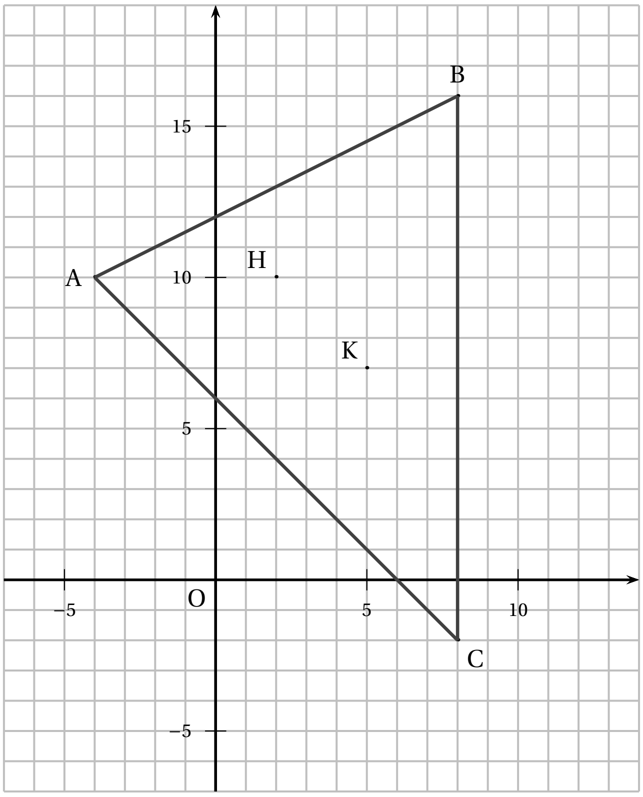
Les autres clients ne prennent pas de dessert. Aucun client ne prend plusieurs desserts.
Le restaurateur a remarqué que parmi les clients ayant pris comme dessert un assortiment de macarons, 70 % prennent un café, que parmi les clients ayant pris comme dessert une part de tarte 40 % prennent un café et, que parmi les clients n'ayant pas pris de dessert 90 % prennent un café.
On interroge au hasard un client de ce restaurant. On note :

* M l'évènement : « Le client prend un assortiment de macarons. »
* T l'évènement : « Le client prend une part de tarte. »
* N l'évènement : « Le client ne prend pas de dessert. »
* C l'évènement : « Le client prend un café. »

1. Construire un arbre de probabilités décrivant la situation.
2. Calculer $P(T \cap C)$ puis $P(C)$.
3. On rencontre un client ayant pris un café. Quelle est la probabilité qu'il ait pris une part de tarte ? On donnera le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

EXERCICE 3 **(5 points)**

On appelle orthocentre d'un triangle le point de concours de ses trois hauteurs.
Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points A$(-4 ; 10)$, B$(8 ; 16)$, C$(8 ; -2)$, H$(2 ; 10)$ et K$(5 ; 7)$. (Voir figure ci-dessous)



1. Montrer que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{HC} = 0$ et que $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{HB} = 0$.
2. Que représente le point H pour le triangle ABC?
3. Montrer que K est le centre du cercle passant par les sommets du triangle ABC .
4. On admet que G, le centre de gravité du triangle ABC, est le point qui vérifie $\overrightarrow{AG} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AM}$ où M est le milieu du segment [BC]. Déterminer les coordonnées de G.
5. Montrer que les points G, H et K sont alignés.

EXERCICE 4 **(5 points)**

Une entreprise produit du tissu.
Le coût total de production (en €) de l'entreprise est modélisé par la fonction

$$C(x) = 15x^3 - 120x^2 + 500x + 750$$

où x est la longueur de tissu fabriqué exprimée en kilomètre, x étant compris entre 0 et 10.
Chaque kilomètre de tissu est vendu 680 €.
On note $B(x)$ le résultat de l'entreprise, c'est-à-dire la différence entre la recette et le coût de production, pour la vente de x kilomètres de tissu.

1. Quel est le résultat de l'entreprise pour la vente de 3 kilomètres de tissu?
2. Montrer que : $B(x) = -15x^3 + 120x^2 + 180x - 750$.
3. Donner une expression de $B'(x)$, où B' est la fonction dérivée de la fonction B.
4. Dresser le tableau de signes de $B'(x)$ sur $[0 ; 10]$ puis le tableau de variations de la fonction B.
5. Combien de kilomètres de tissu l'entreprise doit-elle produire afin d'obtenir un résultat maximal?