∽ ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2 ∾
Sujet 23 – mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

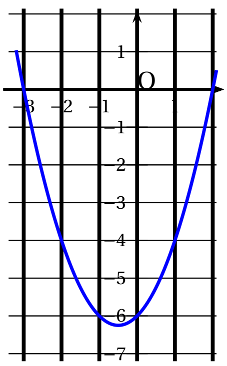
EXERCICE 1 **5 points**

Ce QCM comprend 5 questions.
Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Les questions sont indépendantes.
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer votre réponse.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire de point.

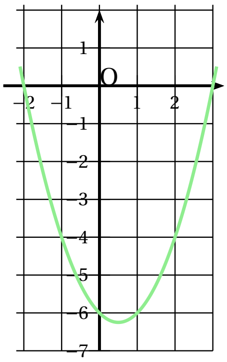
Question 1

On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 - x + 6$. On admet que l'une des quatre courbes ci-dessous représente la fonction f. Laquelle ?

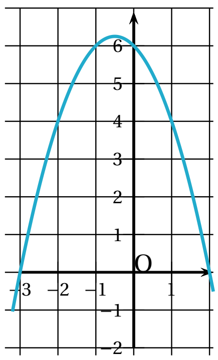
a. .



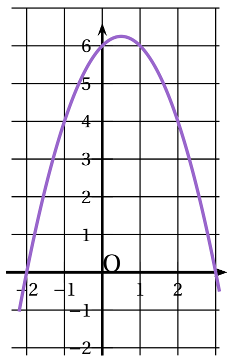
b.



c.



d.



Question 2

On pose pour tout réel x : $A(x) = \mathrm{e}^{2x}$. On a alors, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

a. $A(x) = 2\mathrm{e}^{x}$ **b.** $A(x) = \mathrm{e}^{x^2}$ **c.** $A(x) = \mathrm{e}^{x} + \mathrm{e}^{2}$ **d.** $A(x) = \left(\mathrm{e}^{x}\right)^2$.

Question 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé.
Les droites d'équations $2x + y + 1 = 0$ et $3x - 2y + 5 = 0$

a. sont sécantes en $A(1~;~1)$.
b. sont sécantes en $B(1~;~-1)$.
c. sont sécantes en $C(-1~;~1)$.
d. ne sont pas sécantes.

Question 4

Le plan est muni d'un repère orthonormé.
Les droites d'équations $x + 3y - 5 = 0$ et $3x - y + 6 = 0$ sont :

a. perpendiculaires.
b. sécantes non perpendiculaires.
c. parallèles.
d. confondues.

Question 5

On considère la fonction Python ci-dessous :

```
def suite(n) :
  u=2
  k=0
  while k<n :
    u=u+k
    k=k+1
  return u
```

Quelle valeur renvoie l'appel suite(5) ?

a. 5 **b.** 8 **c.** 12 **d.** 17.

EXERCICE 2 **5 points**

On considère la fonction f définie sur $[0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = \frac{\mathrm{e}^x}{1+x}.$$

On note $\mathcal{C}_f$ la représentation graphique de f dans un repère du plan.

1. Déterminer les coordonnées du point A, point d'intersection de la courbe $\mathcal{C}_f$ avec l'axe des ordonnées.
2. La courbe $\mathcal{C}_f$ coupe-t-elle l'axe des abscisses ? Justifier la réponse.
3. On note f' la dérivée de la fonction f sur $[0~;~+\infty[$. Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[0;+\infty[$,
$$f'(x) = \frac{x\mathrm{e}^x}{(1+x)^2}.$$
4. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[0~;~+\infty[$. En déduire le sens de variation de f sur $[0~;~+\infty[$.
5. On note $\mathcal{T}$ la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point B d'abscisse 1,6. La tangente $\mathcal{T}$ passe-t-elle par l'origine du repère ? Justifier la réponse.
   Remarque : le texte donnait A mais A était déjà défini autrement

EXERCICE 3 **5 points**

Dans cet exercice, pour tout évènement A, on note $\overline{A}$ son évènement contraire, $p(A)$ sa probabilité et, si B est un évènement de probabilité non nulle, $p_B(A)$ la probabilité conditionnelle de A sachant B.

Une entreprise a fabriqué en un mois 1 500 chaudières, dont 900 chaudières à cheminée et 600 chaudières à ventouse.
On a constaté, dans ce lot, que :

— 1 % des chaudières à cheminées ont un défaut

— 6 % des chaudières à ventouses ont un défaut.

On prélève au hasard le numéro de série d'une chaudière de la production de ce mois.
On considère les évènements suivants :

— C : « Le numéro de série est celui d'une chaudière à cheminée »

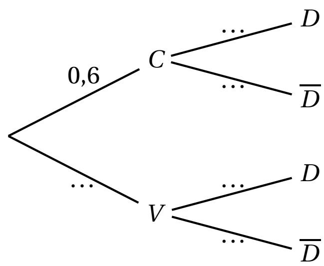
— V : « Le numéro de série est celui d'une chaudière à ventouse »

— D : « Le numéro de série est celui d'une chaudière défectueuse »

1. Recopier et compléter sur la copie le tableau à double entrée suivant :

	nombre de chaudières à cheminée	nombre de chaudières à ventouse	Total
nombre de chaudières défectueuses			
nombre de chaudières non défectueuses			
Total	900	600	1500

2. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant :



3. Calculer la probabilité que le numéro de série soit celui d'une chaudière défectueuse.

4. Déterminer $P_D(V)$. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

5. Les évènements D et V sont-ils indépendants ?

EXERCICE 4 **5 points**

Un jeu vidéo fait évoluer un personnage sur un parcours semé d'obstacles.
Au début du parcours, ce personnage est doté de 1 000 pions noirs dans son sac et il n'a pas de pion blanc.
Le nombre de pions noirs diminue au cours du jeu.
Le personnage gagne 10 pions blancs par minute jouée.
Chaque partie est chronométrée et dure 45 minutes. Au bout des 45 minutes, la partie s'arrête et le joueur a gagné si le nombre de pions blancs gagnés est supérieur ou égal au nombre de pions noirs du sac.

1. Étude de l'évolution du nombre de pions blancs

On note u_n le nombre de pions blancs obtenus au bout de n minutes de jeu.

Ainsi $u_0 = 0$.

Déterminer la nature de la suite (u_n) et en déduire, pour tout entier n, l'expression de u_n en fonction de n.

2. Étude de l'évolution du nombre de pions noirs

Lucas estime qu'au cours d'une partie, le nombre de ses pions noirs diminue de 2 % par minute. Il voudrait savoir si cette évolution est suffisante pour gagner, ou s'il doit poursuivre son entraînement.

On note v_n le nombre de pions noirs restant à la n-ième minute.

Ainsi $v_0 = 1\,000$.

a. Justifier que $v_1 = 980$.

b. Déterminer la nature de la suite (v_n) et en déduire, pour tout entier n, l'expression de v_n en fonction de n.

3. On a calculé les premiers termes des suites (u_n) et (v_n) à l'aide d'un tableur. La feuille de calcul est donnée ci-dessous. Les termes de la suite (v_n) ont été arrondis à l'unité. Lucas peut-il gagner la partie ?

	A	B	C
1	n	u_n	v_n
2	0	0	1 000
3	1	10	980
4	2	20	960
5	3	30	941
6	4	40	922
7	5	50	904
8	6	60	886
9	7	70	868
10	8	80	851
....			
....			
....			
41	39	390	455
42	40	400	446
43	41	410	437
44	42	420	428
45	43	430	419
46	44	440	411
47	45	450	403
48	46	460	395
49	47	470	387
50	48	480	379
51	49	490	372
52	50	500	364