∽ ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2 ∾
Sujet 35 – mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

EXERCICE 1 **5 POINTS**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question une seule réponse est exacte. Une mauvaise réponse ou une absence de réponse n'enlève aucun point. La bonne réponse rapporte un point. Il n'est pas demandé de justification.

1. L'ensemble des solutions de l'inéquation $3x^2 - 4x + 1 \geqslant 0$ est :

A. $]-\infty\,;\,-1] \cup [-\frac{1}{3}\,;\,+\infty[$	**B.** $\left]-\infty\,;\,\frac{1}{3}\right] \cup [1\,;\,+\infty[$
C. $\left]-\infty\,;\,-\frac{1}{3}\right] \cup [1\,;\,+\infty[$	**D.** $\left[\frac{1}{3}\,;\,1\right]$.

2. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les vecteurs $\vec{u}\binom{a+2}{-1}$ et $\vec{v}\binom{3}{a}$, où a est un nombre réel. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si, et seulement si :

A. $a(a+2)-3=0$ **B.** $a(a+2)+3=0$ **C.** $3(a+2)-a=0$ **D.** $3(a+2)+a=0$.

3. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère le point A $(-2\,;\,3)$ et le vecteur $\vec{u}(1\,;\,2)$. Une équation cartésienne de la droite d passant par le point A et de vecteur normal $\vec{u}$ est :

A. $-2x+y-7=0$ **B.** $x+2y-4=0$ **C.** $x-2y+8=0$ **D.** $2x+y+1=0$.

4. On considère la suite (u_n), géométrique de raison 2 et de premier terme $u_0 = 3$.
La somme $u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$ est égale à :

A. $3\left(2^{11}-1\right)$ **B.** $3\left(1-2^{11}\right)$ **C.** $3\left(2^{10}-1\right)$ **D.** $3\left(1-2^{10}\right)$.

5. Soit f la fonction définie et dérivable sur $]1\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-1}$.
La fonction dérivée de f sur $]1\,;\,+\infty[$ a pour expression :

A. $f'(x) = -\dfrac{1}{(x-1)^2}$ **B.** $f'(x) = -\dfrac{3}{(x-1)^2}$ **C.** $f'(x) = \dfrac{4x-1}{(x-1)^2}$ **D.** $f'(x) = \dfrac{1}{(x-1)^2}$.

EXERCICE 2 **5 POINTS**

Un organisme de vacances propose des séjours en France et à l'étranger pour des jeunes. Ces derniers sont répartis en deux catégories suivant leur âge : adolescents ou jeunes enfants.

— 40 % des participants sont des adolescents et parmi eux, 70 % choisissent un séjour à l'étranger.

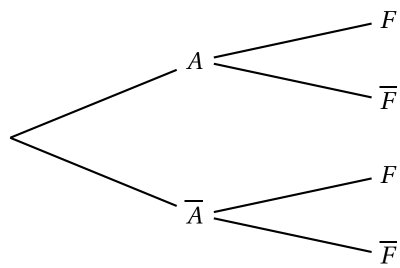
— Parmi les jeunes enfants, 90 % choisissent un séjour en France.

On interroge au hasard un participant à un séjour de cet organisme.
On note :

— A l'évènement « le participant est un adolescent »,

— F l'évènement « le participant choisit un séjour en France ».

1. Recopier et compléter sur la copie les branches de l'arbre de probabilité ci-dessous pour qu'il représente la situation.



2. Calculer la probabilité que le participant soit un adolescent et qu'il choisisse un séjour à l'étranger.

3. Montrer que la probabilité qu'un participant choisisse un séjour à l'étranger est 0,34.

4. Calculer la probabilité que le participant ne soit pas un adolescent, sachant qu'il part à l'étranger. Donner la valeur arrondie au centième de cette probabilité.

5. On interroge au hasard, et de manière indépendante, deux participants à des séjours de cet organisme pour connaître s'ils ont choisi un séjour en France ou non. L'organisation de ce sondage est telle qu'une même personne peut être interrogée deux fois.

Calculer la probabilité qu'au moins un des deux participants ait choisi un séjour en France. Donner cette probabilité arrondie au centième.

EXERCICE 3 — 5 POINTS

Une commune compte 800 habitants au début de l'année 2019. Le maire prévoit une baisse de 2 % par an du nombre d'habitants à partir de 2019.
Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre d'habitants n années après 2019.
Ainsi, $u_0 = 800$ et pour tout entier naturel, $u_{n+1} = 0,98u_n$.

1. Calculer u_1 et préciser ce que cette valeur représente dans le contexte de l'exercice.

2. Préciser la nature de la suite $(u_n.)$ ainsi que sa raison.

3. Déterminer, pour tout entier naturel n, l'expression de u_n en fonction de n.

4. Calculer une valeur approchée, à l'entier près, du nombre d'habitants dans cette commune en 2025.

5. Recopier et compléter sur la copie la fonction écrite en langage Python ci-dessous, afin qu'elle permette de calculer, pour tout entier naturel n, le terme u_n.

```
def u(n) :
    u = ...
    for i in range(1, ...) :
        u = ...
   return ...
```

EXERCICE 4 — 5 POINTS

Partie A : lecture graphique

1. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, $\mathcal{C}_f$ est la courbe représentative d'une fonction f, définie et dérivable sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels.

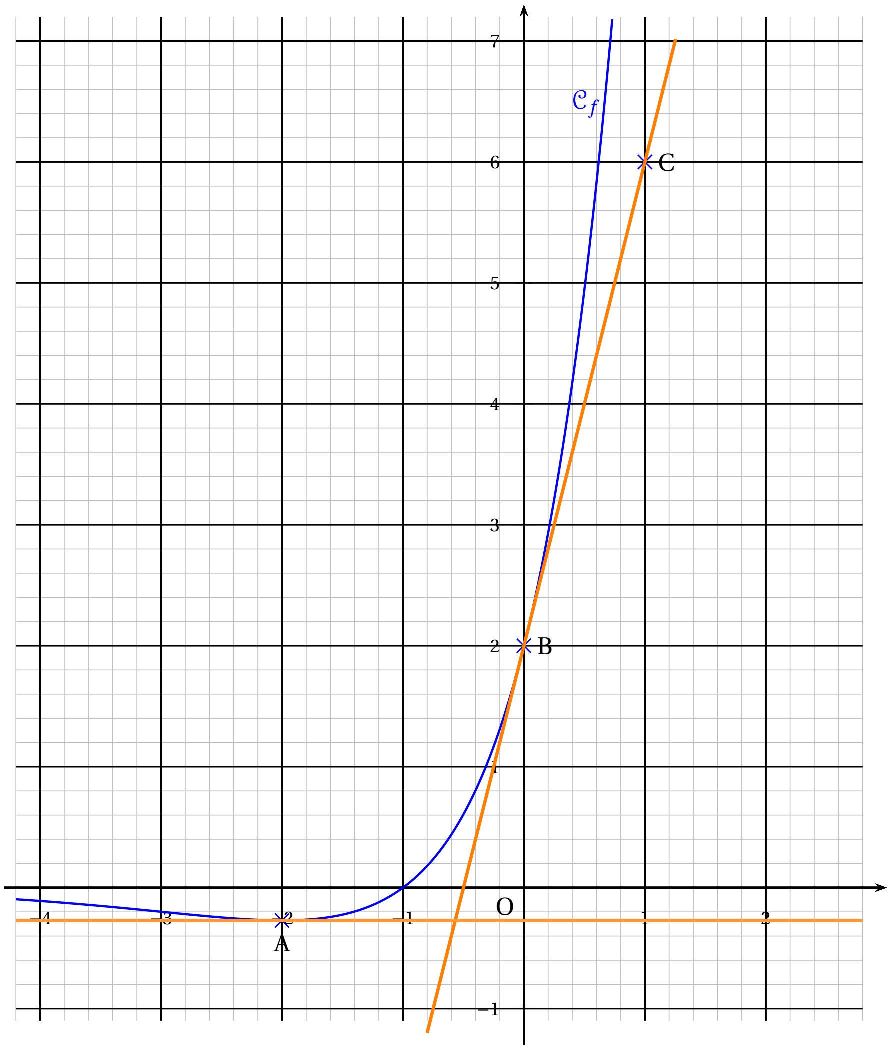
Dans la figure ci-dessous, on a tracé la courbe $\mathcal{C}_f$.

Les points A et B sont les points de $\mathcal{C}_f$ d'abscisses respectives -2 et 0, et on a tracé les tangentes à $\mathcal{C}_f$ en ces points.

On suppose que la tangente en A est parallèle à l'axe des abscisses et que la tangente en B passe par le point C(1 ; 6).

On note f' la fonction dérivée de f.

Lire graphiquement les valeurs de $f'(-2)$ et $f'(0)$. Justifier brièvement.



Partie B : Calcul algébrique

La fonction représentée sur le graphique précédent est la fonction f définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par :

$$f(x) = \mathrm{e}^x(2x+2)$$

On admet que f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

2. Montrer que pour tout nombre réel x, $f'(x) = \mathrm{e}^x(2x+4)$.

3. Étudier le signe de f' sur $\mathbb{R}$, puis en déduire le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.

4. Déterminer par le calcul, l'équation réduite de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0.

5. Justifier par le calcul les deux résultats suivants admis au début de l'exercice :

— La tangente en A est parallèle à l'axe des abscisses.

— La tangente en B passe par le point C(1 ; 6).