ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2
Sujet 54 mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

Exercice 1 **5 points**

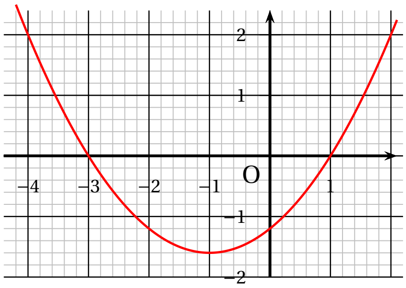
Ce QCM comprend 5 questions indépendantes. Pour chacune d'elles, une seule des réponses proposées est exacte.
Indiquer pour chaque question sur la copie la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une absence de réponse n'apporte ni ne retire de point.

1. Si $\sin x = \dfrac{1}{3}$ alors

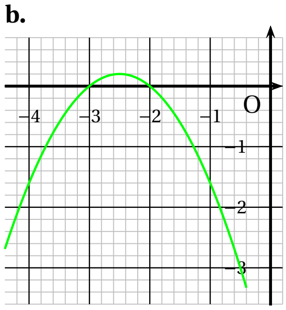
   a. $\sin(x+\pi) = -\frac{1}{3}$ **b.** $\sin(x-\pi) = \dfrac{1}{3}$ **c.** $\cos(x) = \dfrac{2}{3}$ **d.** $\sin(x+15\pi) = \frac{1}{3}$.

2. Parmi les paraboles ci-dessous laquelle représente une fonction qui n'admet aucune racine ?

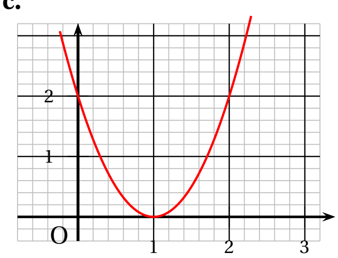
   a.



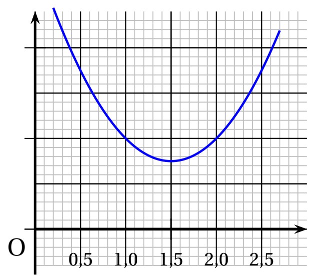
   b.



   c.



   d.



3. Soit la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = 2x - \dfrac{1}{x}$
   Le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1 est :

   a. 1 **b.** 3 **c.** -1 **d.** 0.

4. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, l'ensemble des points $M(x\,;\,y)$ tels que $x^2-2x+y^2+6y+2=0$ est :

   a. une parabole **b.** le cercle de centre Ω de coordonnées $(-1\,;\,3)$ et de rayon 8. **c.** le cercle de centre Ω de coordonnées $(1\,;\,-3)$ et de rayon $2\sqrt{2}$. **d.** une droite.

5. La loi de probabilité d'une variable aléatoire X donnant le gain en euros, d'un joueur, à un jeu, est donnée par le tableau suivant :

x_i	-10	6	10
$P(X=x_i)$	$\dfrac{1}{4}$	$\dfrac{3}{8}$	$\dfrac{3}{8}$

Sur un grand nombre de parties, le gain moyen que peut espérer le joueur est :

a. 3,5 euros **b.** 4 euros **c.** 2 euros **d.** **6 euros** .

EXERCICE 2 — 5 points

Le directeur d'une maternité en milieu rural a enregistré 900 accouchements entre le 1$^{\text{er}}$ janvier 2019 et le 31 décembre 2019.
Depuis déjà 10 ans, il constate que le nombre d'accouchements baisse d'environ 4 % chaque année par rapport à l'année précédente.
En supposant que cette diminution se poursuive avec ce même taux les prochaines années, il modélise le nombre d'accouchements de cette maternité pour l'année $2019 + n$ à l'aide du n-ième terme d'une suite (u_n). Il a ainsi $u_0 = 900$.

1. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.

2. On considère la fonction Suite définie ci-dessous en langage Python.

```python
def Suite(n):
    u=900
  for i in range(1,n+1):
    u=0.96*u
  return u
```

Quelle sera la valeur obtenue pour Suite(5) ?

3. Pour tout entier naturel n, exprimer u_n en fonction de n.

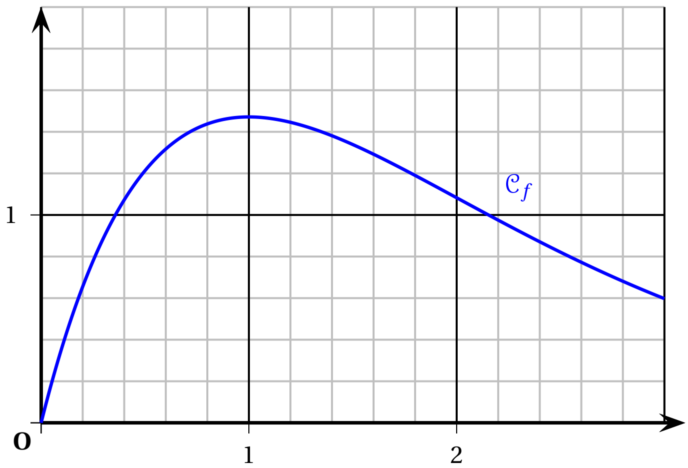
4. Le directeur sait que la maternité devra fermer dès le nombre d'accouchements deviendra inférieur à 600.
Avec ce modèle, la maternité sera-t-elle fermée en 2030 ? Justifier.

5. Selon ce modèle, en quelle année la maternité fermera-t-elle ses portes ?

EXERCICE 3 — 5 points

Soit la fonction f définie sur $[0\,;\,3]$ par $f(x) = 4x\mathrm{e}^{-x}$.

1. On a tracé ci-dessous la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé d'origine **O**.



Conjecturer une valeur approchée du maximum de f sur $[0\,;\,3]$.

2. La fonction f est dérivable sur $[0\,;\,3]$.
Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,3]$, $f'(x) = 4(1-x)\mathrm{e}^{-x}$.

3. En déduire le tableau de signes de $f'(x)$ sur $[0\,;\,3]$.

4. En déduire le tableau des variations de f sur $[0\,;\,3]$ puis la valeur exacte du maximum de f sur $[0\,;\,3]$.

5. Soit A le point d'abscisse 1 de $\mathcal{C}_f$ et soit $\mathcal{T}$ la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse $0,5$.
Qui, de la droite (AO) ou de la droite $\mathcal{T}$, a le plus grand coefficient directeur ? Justifier.

EXERCICE 4 **5 points**

150 élèves d'un établissement sont inscrits aux activités du midi :

— 30 sont inscrits en musique.

— 45 sont inscrits en sport.

— 75 sont inscrits en cinéma.

Chaque élève pratique une et une seule activité.

— Parmi les élèves inscrits en musique, 30 % sont des filles.

— Parmi les élèves inscrits en sport, 60 % sont des filles.

— Parmi les élèves inscrits en cinéma, 72 % sont des filles.

On choisit au hasard un élève inscrit aux activités du midi.
On note :

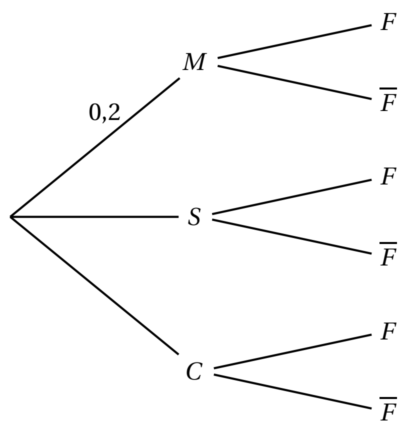
— F l'évènement : « l'élève choisi est une fille »,

— M l'évènement : « l'élève choisi est inscrit en musique »,

— S l'évènement : « l'élève choisi est inscrit en sport »,

— C l'évènement : « l'élève choisi est inscrit en cinéma ».

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré représentant la situation.



2. Calculer la probabilité que l'élève choisi soit une fille inscrite en musique.

3. Montrer que la probabilité que l'élève choisi soit une fille est égale à $0,6$.

4. Les évènements M et F sont-ils indépendants ?

5. Sachant que l'élève choisi est un garçon, calculer la probabilité qu'il soit inscrit en cinéma.