ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU n° 2
Sujet 55 – mai 2020

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - CLASSE : Première Générale

EXERCICE 1 **(5 points)**

Cet exercice est un QCM et comprend cinq questions. Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte. Les questions sont indépendantes.
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer votre réponse.
Chaque réponse correcte rapporte un point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire de point.

Question 1

Une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction exponentielle au point d'abscisse 0 est :

a. $y = x+1$ **b.** $y = \mathrm{e}x$ **c.** $y = \mathbf{e}^x$ **d.** $y = x-1$.

Question 2

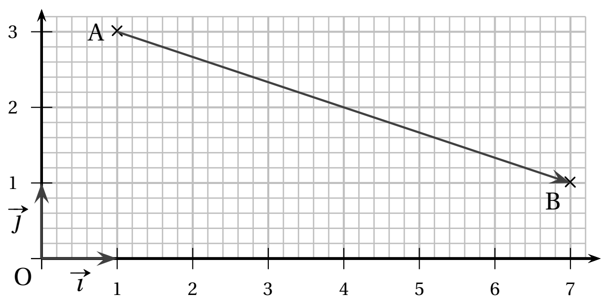
La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \mathrm{e}^{-2x+6}$ admet pour dérivée la fonction f' définie sur $\mathbb{R}$ par :

a. $f'(x) = \mathrm{e}^{-2x+6}$ **b.** $f'(x) = -2\mathrm{e}^{-2x+6}$

c. $f'(x) = -2x\mathrm{e}^{-2x+6}$ **d.** $f'(x) = (-2x+6)\mathrm{e}^{-2x+6}$.

Question 3

Dans le repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\ ;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$, le vecteur $\overrightarrow{AB}$ représenté ci-dessous est égal à :



a. $-2\vec{\imath}+6\vec{\jmath}$ **b.** $-6\vec{\imath}+2\vec{\jmath}$ **c.** $2\vec{\imath}-6\vec{\jmath}$ **d.** $6\vec{\imath}-2\vec{\jmath}$.

Question 4

On considère la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = \sin x - \cos x$. Parmi les quatre propositions suivantes, une seule est correcte. Laquelle ?

a. f est une fonction paire.

b. f est une fonction impaire.

c. f n'est ni paire ni impaire.

d. $f(0) = 0$.

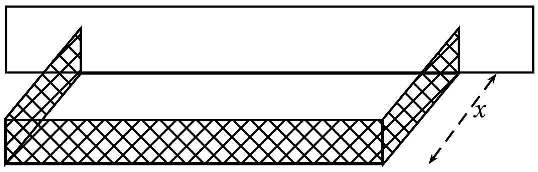
Question 5

Dans le plan muni d'un repère, on considère la droite (d) d'équation : $5x-2y+8 = 0$.
La droite (d) a pour coefficient directeur :

a. $\vec{u}\,(2;5)$ **b.** $\dfrac{5}{2}$ **c.** $\dfrac{2}{5}$ **d.** -2.

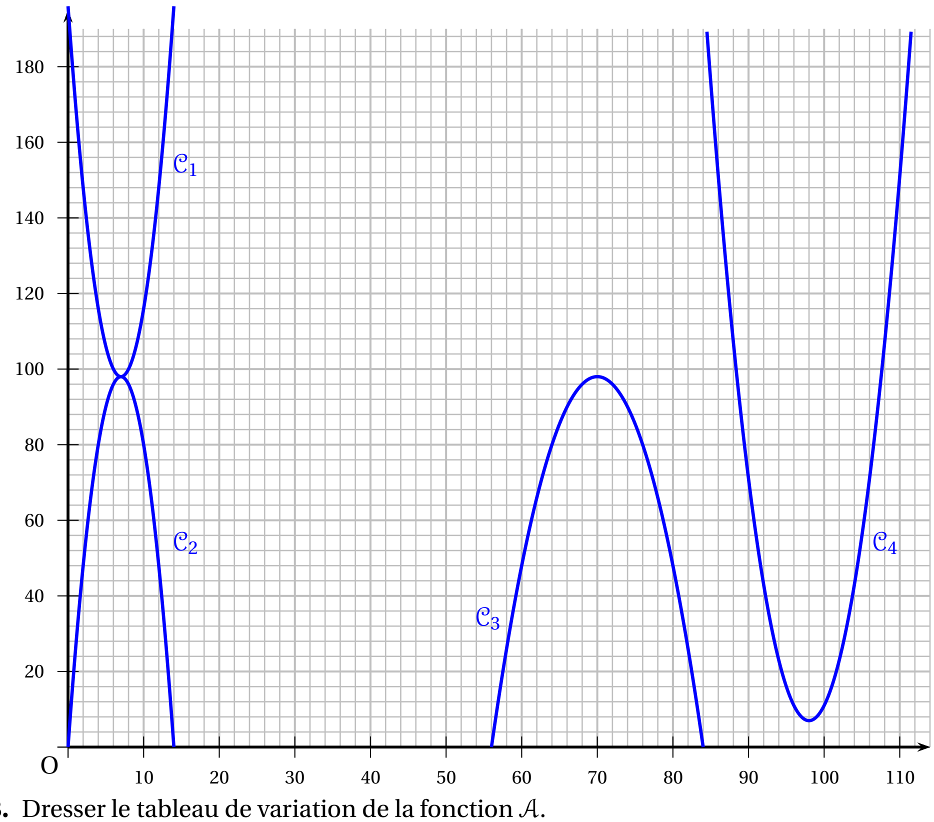
Exercice 2 **5 points**

Un fermier souhaite réaliser un enclos rectangulaire pour des poules et des poussins, adossé à un mur de sa ferme afin d'économiser du grillage. Ainsi, il ne grillagera que 3 côtés de son enclos.
Il possède 28 mètres de grillage. Il souhaite construire un enclos d'aire maximale.
On appelle x la longueur du côté de l'enclos perpendiculaire au mur.



On appelle $\mathcal{A}$ la fonction qui à un nombre x associe $\mathcal{A}(x)$ l'aire de l'enclos. La fonction $\mathcal{A}$ est ainsi définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 14]$.

1. **a.** Vérifier que l'aire $\mathcal{A}(x) = -2x^2 + 28x$.
   b. Montrer que la forme canonique de $\mathcal{A}(x)$ est $-2(x-7)^2 + 98$.
2. Quatre courbes ont été tracées sur le graphique ci-dessous. Identifier celle qui représente la fonction $\mathcal{A}$.

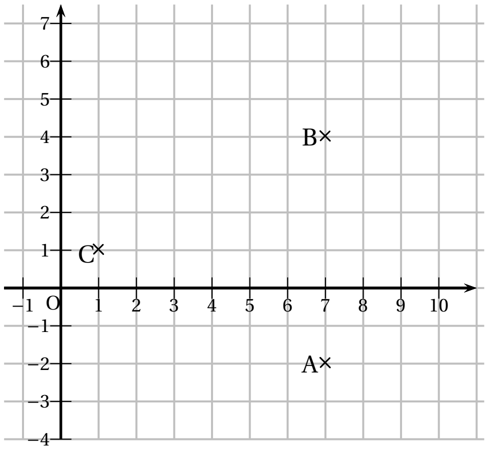


3. Dresser le tableau de variation de la fonction $\mathcal{A}$.
4. Pour quelle valeur de x l'aire de l'enclos est-elle maximale ? Donner la valeur de cette aire.

Exercice 3 **(5 points)**

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}\ ;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.
On considère les points A, B et C de coordonnées : A$(7\ ;\ -2)$, B $(7\,;\,4)$ et C $(1\,;\,1)$.

1. Montrer que $y = 1$ est une équation de la droite (d_1) passant par C et perpendiculaire à (AB).
2. Que représente cette droite pour le triangle ABC ?
3. Donner une équation de la droite (d_2), hauteur du triangle ABC issue du sommet B.
4. On appelle H le point d'intersection des droites (d_1) et (d_2). Donner en justifiant la valeur du produit scalaire : $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{CB}$.



EXERCICE 4 **(5 points)**

La bibliothèque municipale étant devenue trop petite, une commune a décidé d'ouvrir une médiathèque qui pourra contenir 100 000 ouvrages au total. Pour l'ouverture prévue le 1er janvier 2020, la médiathèque dispose du stock de 35 000 ouvrages de l'ancienne bibliothèque, augmenté de 7 000 ouvrages supplémentaires neufs offerts par la commune.

Partie A

Chaque année, le bibliothécaire est chargée de supprimer 5 % des ouvrages, trop vieux ou abîmés, et d'acheter 6 000 ouvrages neufs.
On appelle u_n le nombre, en milliers, d'ouvrages disponibles le 1er janvier de l'année $(2020+n)$.
On donne $u_0 = 42$.

1. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a $u_{n+1} = u_n \times 0,95 + 6$.
2. On propose ci-dessous un programme en langage Python :

```
def suite(n) :
u=42
for i in range(n) :
u=0.95*u+6
return u
```

Expliquer ce que permet de déterminer ce programme.

Partie B

La commune doit finalement revoir ses dépenses à la baisse, elle ne pourra financer que 4 000 nouveaux ouvrages par an au lieu des 6 000 prévus.
On appelle v_n le nombre, en milliers, d'ouvrages disponibles le 1er janvier de l'année $(2020+n)$.

1. On admet que $v_{n+1} = 0,95 \times v_n + 4$ pour tout entier naturel $n \geqslant 0$ avec $v_0 = 42$.
   On considère la suite (w_n) définie, pour tout entier naturel n, par $w_n = v_n - 80$.
   a. Montrer que (w_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,95$ et préciser son premier terme w_0.
   b. En déduire l'expression de w_n puis de v_n en fonction de n.
2. On donne ci-dessous un programme en langage Python.

```
def objet(A) :
v=42
n=0
while v<A :
v=0.95*v+4
n=n+1
return n
```

L'appel à la fonction objet(70) renvoie 27. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.