Rallye Mathématique de Poitou-Charentes

Entraînement Rallye 2026 - Solutions

Partie Problèmes

Chaque niveau doit résoudre la série des 6 problèmes indiquée dans le tableau ci-dessous.

Classes	CM	$6^{\text{ème}}$	$5^{\text{ème}}$	$4^{\text{ème}}$	$3^{\text{ème}}$-2^{nde} pro	2^{nde}
Problèmes	1 à 6	4 à 9	7 à 12	10 à 15	13 à 18	16 à 21

1. Les trois dés

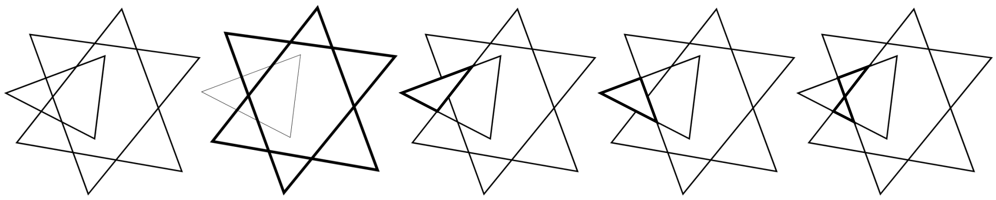
On prend les valeurs successives d'un premier dé en commençant par exemple par 6 puis les compléments à 10 possibles avec les deux autres dés en évitant les répétitions :
6,3,1 ; 6,2,2 ; 5,4,1 ; 5,3,2 ; 4,4,2 ; 4,3,3.

2. Palindromes

Un nombre palindrome à deux chiffres s'écrit obligatoirement avec les deux mêmes chiffres :
11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99.
Si la somme de deux de ces nombres est de 3 chiffres, le chiffre des centaines est obligatoirement un 1.
Donc, en tant que palindrome, le chiffre des unités est aussi 1.
Ce sont donc les sommes : 22 + 99 ; 33 + 88 ; 44 + 77 ; 55 + 66 ; toutes égales à 121.

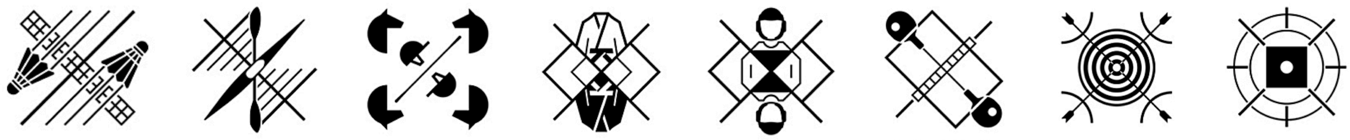
3. les triangles

Il y a 13 triangles :
- les trois grands,
- les six de l'étoile,
- les quatre petits des trois derniers dessins.



4. Qui suis-je ?

1) La somme 23 + 47 = 70 contient les pictogrammes communs et différents. Il faut donc ôter les pictogrammes différents ; 70 - 62 = 8. Il y a donc 8 pictogrammes communs.



Badminton | Canoë | Équitation | Judo | Taekwondo | Tennis de table | Tir à l'arc | Tir sportif

2) *Je suis un pictogramme des jeux paralympiques, j'ai quatre axes de symétrie et il n'y a pas de carré parmi les motifs qui me constituent.* ***Je suis le Tir à l'arc.***

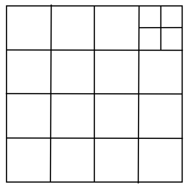
5. 2024 cubes pour un pavé

2024 = 2 x 2 x 2 x 11 x 23. Les deux pavés possibles sont 8 cm x 11 cm x 23 cm et 4 cm x 22 cm x 23 cm.

6. Des quatre… !

Pour obtenir un 4 dans la multiplication par 7, le chiffre des unités du nombre cherché est 2 [7 x 2 = 14] ; sachant qu'il y a une retenue de 1, le produit par 7 du chiffre des dizaines se termine par 3 ; le chiffre des dizaines du nombre cherché est 9 [7 x 9 = 63]. Ainsi, de proche en proche, on obtient le nombre 63492. 63492 x 7 = 444444.
Une autre méthode consiste à diviser successivement les nombres 44, 444, 4444… par 7 jusqu'à ce que la division donne un quotient entier.

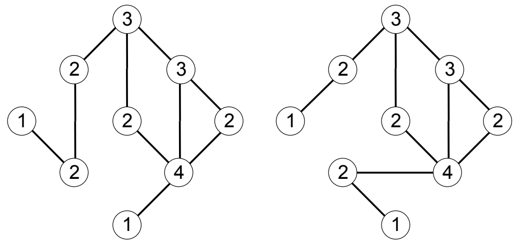
7. Un carré de carrés



On partage déjà le carré en seize (4 x 4) petits carrés. On partage alors l'un de ces petits carrés en quatre. Voir dessin ci-contre.

8. Nombres en réseau

Voici deux solutions

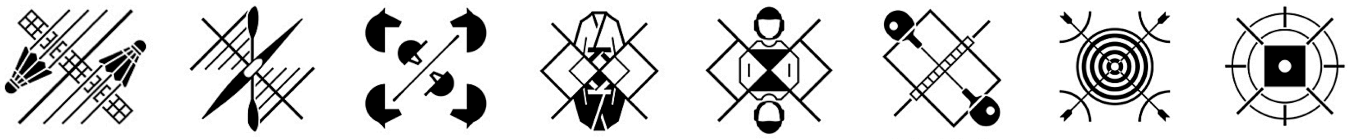


9. 2024

Il faut que le nombre cherché ait le moins de chiffres possibles. Il faut donc mettre le plus possible de chiffres 9. On a : 2024 = 9 x 224 + 8.
Le nombre commence donc par 8 (le plus petit chiffre) suivi de 224 fois le chiffre 9.

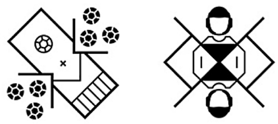
10. Qui sommes-nous ?

1) La somme 23 + 47 = 70 contient les pictogramme communs et différents. Il faut donc ôter les pictogrammes différents ; 70 - 62 = 8. Il y a donc 8 pictogrammes communs.



Badminton | Canoë | Équitation | Judo | Taekwondo | Tennis de table | Tir à l'arc | Tir sportif

2) *Nous sommes deux pictogrammes des jeux paralympiques.*
Moi, je n'ai pas de centre de symétrie, j'ai un seul axe de symétrie et je possède un cercle et au moins un rectangle entièrement dessiné.
Lui, a un centre de symétrie, au moins deux axes de symétrie et deux carrés entièrement dessinés.
Moi je suis la Broccia et lui le Para Taekwondo.



11. Cryptarithme

$$\begin{array}{rcccccc} + & & A & P & M & E & P \\ & & S & P & O & R & T \\ \hline & R & A & L & L & Y & E \end{array}$$

Remplaçons P et O par 6 et par 8. Dans la colonne des dix milles, on observe que S = 9 et que R = 1 (la somme de deux nombres à un chiffre est strictement inférieure à 20).

$$\begin{array}{rcccccc} + & & A & 6 & M & E & 6 \\ & & 9 & 6 & 8 & 1 & T \\ \hline & 1 & A & L & L & Y & E \end{array}$$

M ≠ 1 ; donc M ≥ 2 et M + 8 ≥ 10.

Il y a donc une retenue : 1 + 6 + 6 = 13 ; et L = 3.

$$\begin{array}{rcccccc} + & & A & 6 & M & E & 6 \\ & & 9 & 6 & 8 & 1 & T \\ \hline & 1 & A & 3 & 3 & Y & E \end{array}$$

Comme tous les chiffres doivent être utilisés, les chiffres restant à placer sont 0, 2, 4, 5 et 7.

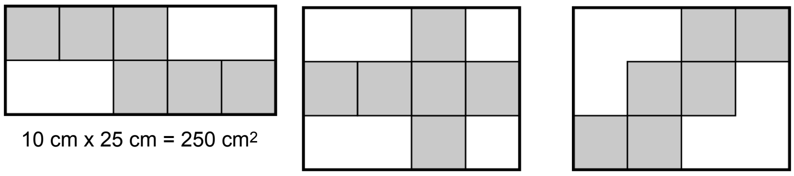
T ≠ 0, sinon E = 6 ; T ≠ 2, sinon E = 8 ; T ≠ 5, sinon E = 1 et T ≠ 7, sinon E = 3.

Donc T = 4. On en déduit que E = 0, Y = 2, M = 5 et A = 7.

$$\begin{array}{r} 7\;6\;5\;0\;6 \\ +\;\;9\;6\;8\;1\;4 \\ \hline 1\;7\;3\;3\;2\;0 \end{array}$$

12. Patron d'un cube

Voici trois patrons parmi les onze possibles. La plus petite aire d'un rectangle dans lequel on peut dessiner un patron de cube est obtenue avec le premier patron.



10 cm x 25 cm = 250 cm2

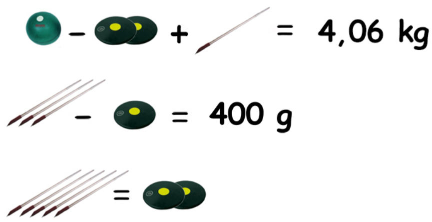
15 cm x 20 cm = 300 cm2

13. Des nombres de caractère !

1°) Ces nombres à deux chiffres sont obligatoirement multiples de 4. Prenons-les dans les premières dizaines :
12 = 4 x (1 + 2) = 4 x 3 ; 12 convient. 16 ne convient pas. Seuls les multiples de 12 : 24, 36 et 48 conviennent. Les suivants 60, 72, 84 et 96 ne conviennent pas.
2°) Les nombres à deux chiffres égaux à 5 fois la somme de leurs chiffres sont multiples de 5 et se terminent donc par 0 ou 5. Ils ne peuvent pas se terminer par 0.
Le seul nombre possible est 45 = 5 x (4 + 5).

14. Poids, disques et javelots

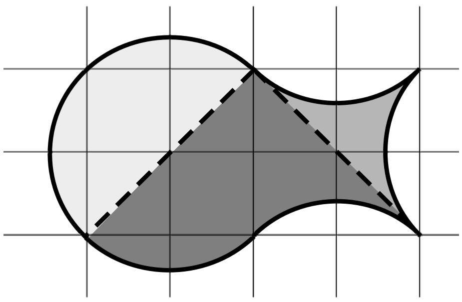
Déterminez les masses de ces engins de lancers : le poids, le disque et le javelot.

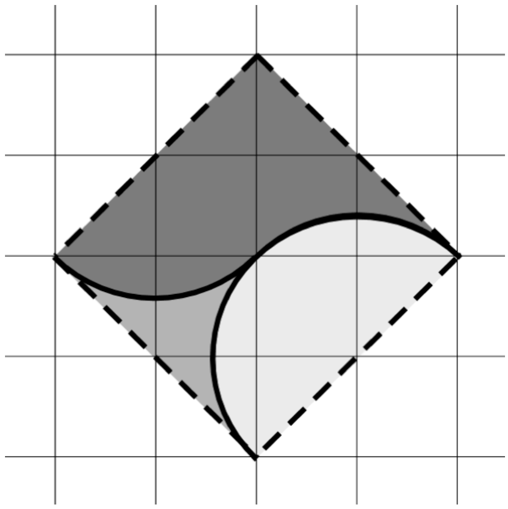


La troisième ligne indique que la masse d'un disque est la même que celle de 2,5 javelots. La deuxième ligne indique alors que la moitié d'un javelot pèse 400 g. Un **javelot** pèse **800 g**. La deuxième ligne permet d'obtenir la masse du **disque** : **2000 g** et la première ligne celle du **poids** : **7260** g

15. En deux coups de ciseaux !

Coupons la figure, comme indiqué sur le premier dessin, par un diamètre du cercle et une perpendiculaire à ce diamètre. On obtient trois morceaux que l'on peut assembler sous la forme d'un carré.





16. Qui est-ce ?

1) Le nombre de pictogrammes communs a été compté deux fois. Donc 23 + 47 - 8 = 62.
Il y a donc 62 pictogrammes différents.
2) Pictogramme 1 : un centre de symétrie, pas d'axe de symétrie et superposition en tournant d'un quart de tour (Natation artistique et Tennis) ; je ne contiens pas de cercle : la **Natation artistique**.

Pictogramme 2 : pas de centre ni d'axe de symétrie et superposition en tournant d'un cinquième de tour : le **Surf**.

17. Course mixte

Xavier a fait 150 m en 24 secondes. Il met donc 8 s pour parcourir 50 m. Il lui faut donc 8 s de plus pour parcourir 200 m. Pour arriver ensemble, Annabelle lui a laissé une avance de 8 s.

18. Le millésime du Poitou-Charentes

Une méthode : comme 16 et 17 sont consécutifs, dans une somme du style S = 16*a* + 17*b*, si on diminue *a* de 1 et si on augmente *b* de 1, on a 16*a* + 17*b* -16 + 17 = 16*a* + 17*b* + 1 et S augmente de 1. On peut donc « jouer » sur ce principe pour approcher 2024.
Exemple, 2024 = (79 + 86) x 3 + 1529 et 1529 = (16 + 17) x 46 + 11 = 46 x 16 + 46 x 17 + 11. Il faut donc diminuer de 11 le facteur 46 de 16 et augmenter de 11 celui de 17, soit : 35 x 16 + 57 x 17 = 1529. On a donc un premier millésime : 35 x 16 + 57 x 17 + 3 x 79 + 3 x 86 = 2024.
Autre exemple : 2024 = 165 x 2 + 1694, et 1694 = (16 + 17) x 51 + 11. On applique le procédé précédent : 40 x 16 + 62 x 17 = 1694 d'où 40 x 16 + 62 x 17 + 2 x 79 + 2 x 86 = 2024
On peut ainsi facilement trouver d'autres millésimes, sans pour autant avoir le même facteur pour 79 et 86.

19. Tournoi Olympique de Basket Masculin (à cinq)

1°) *Nombre de matchs joués* : Dans un premier temps, 6 matchs par pool, donc 3 x 6 = 18 matchs au premier tour. Puis 4 (quarts de finales), 2 (demi-finales) + 2 (finale et petite finale), donc 8 matches en phase finale, soit 26 matches au total.

2°) *Matchs æxéquos* : On peut n'avoir aucun ex-aequo ; en appelant A, B, C et D les quatre équipes et en notant dans chaque rencontre le vainqueur en gras : **A**-B **C**-D **A**-C **B**-D **A**-D **B**-C, A a alors six points, B cinq points, C quatre et D trois.
On peut avoir trois ex-aequo : **A**-B **C**-D **A**-C B-**D** A-**D** B-**C** ; les équipes A, C et D ont alors chacune cinq points et B trois points.
On peut avoir deux ex-aequo : **A**-B C-**D** **A**-C **B**-D A-**D** B-**C ;** A et D ont alors cinq points et B et C quatre.
Par contre, on ne peut pas avoir deux équipes à 6 points et deux à 3 (ce qui donnerait pourtant un total de 18 points, car alors cela signifierait que deux équipes gagneraient tous leurs matchs ce qui est bien sûr impossible puisqu'elles se rencontrent et qu'il y a nécessairement un vainqueur, de même deux équipes ne peuvent pas être chacune à trois points.

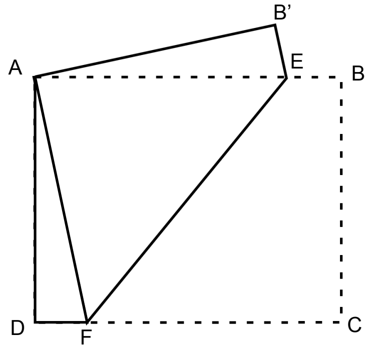
3°) *Probabilité* : Pour le calcul de la probabilité, la France étant dans une des trois poules, la probabilité pour que les USA y soient aussi est : « choisir 2 équipes parmi les 10 restantes » diviser par « choisir 3 équipes parmi les 11 restantes », soit $\frac{\binom{10}{2}}{\binom{11}{3}}$, ce qui donne après simplification $\mathbf{\frac{3}{11}}$

20. × = +

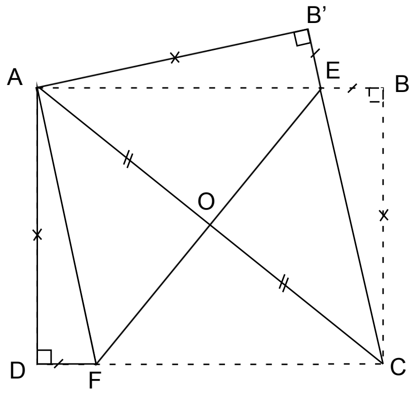
Soit *a* et *b* le prix des deux produits. *a* + *b* = 4,05 et *a* x *b* = 4,05. En écrivant *b* = 4,05 - *a*, on obtient l'équation du second degré : a^2 - 4,05 x *a* + 4,05 = 0 qui a deux solutions : 2,25 et 1,8.
Les articles coûtent 2,25 € et 1,80 €, ce que l'on peut vérifier facilement :

1,80 + 2,25 = 4,05 et 2,25 x 1,80 = 4,05.

21. 3, 2, 1 pliez !



Une feuille de papier rectangulaire ABCD de longueur AB = 25 cm et de largeur BC = 20 cm est pliée de telle sorte que le coin C est amené sur le coin A.
La forme ainsi obtenue est un pentagone AB'EFD dont l'aire est un nombre entier de cm².
Quelle est l'aire de ce pentagone ?



(EF) est la médiatrice de [AC] car FA = FC et EA = EC en O, milieu de [AC]. O est donc l'intersection des diagonales et donc le centre du rectangle ABCD. Par la symétrie orthogonale par rapport à la droite (EF), on démontre que les triangles rectangles AB'E et EBC sont isométriques. De même, on démontre que les triangles rectangles ADF et AB'E sont isométriques (triangles rectangles avec $\widehat{DAF} = \widehat{EAB'}$ (angles à côtés perpendiculaires) et AB' = CB = AD.

Dans le triangle rectangle ADF, appelons x = DF, alors AF = FC = 25 - x ; le théorème de Pythagore donne l'égalité $x^2 + 20^2 = (25 - x)^2$; soit $x^2 + 400 = 625 - 50x + x^2$; soit après simplification x = 4,5 cm.
L'aire du pentagone AB'EFD est donc l'aire de deux triangles isométriques ADF et AB'E plus celle du triangle AEF. L'aire de ADF est : 20 x 4,5 / 2 et celle de AEF : 20 x 20,5 / 2. Au total, l'aire du pentagone est : 2 x 20 x 4,5 / 2 + 20 x 20,5 / 2, soit **295 cm²**