

Des p'tits clous, des p'tits clous, toujours des p'tits clous

François Drouin

La planche de Galton est un dispositif inventé par Sir Francis Galton (1822–1911). Il est constitué d'une planche où sont plantés des clous disposés en quinconce. À chaque fois qu'une bille frappe un clou, elle a autant de chance d'aller à droite ou à gauche du clou. Après la dernière rangée, elle termine sa course dans un bac.

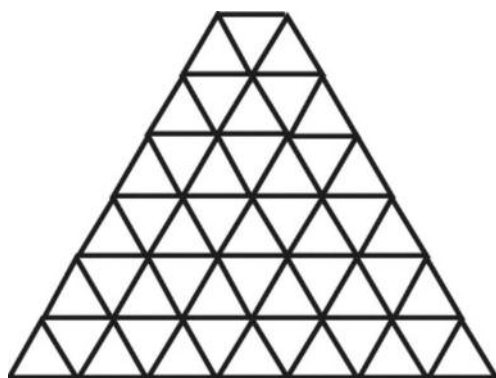
Partie 1 : fabriquer une planche de Galton

Matériel : une planche, des clous, une gommette, un tasseau de bois, le couvercle d'une boîte de gâteaux et une bille (je n'ai pas besoin de raton laveur).

Sur la planche, je dessine un réseau triangulé semblable à celui ci-dessous.

La longueur d'un côté d'une maille triangulaire a pour mesure 2 mm de plus que le diamètre de la bille.

À chaque nœud du réseau, j'enfonce de quelques millimètres un clou dans la planche. Je fixe mon tasseau pour que la



Partie 2 : une animation réussie à la Fête de la Science

De telles planches de Galton ont été utilisées plusieurs années de suite par des élèves de Cycle 3 au « Jardin des enfants de la Science » organisé dans le cadre de

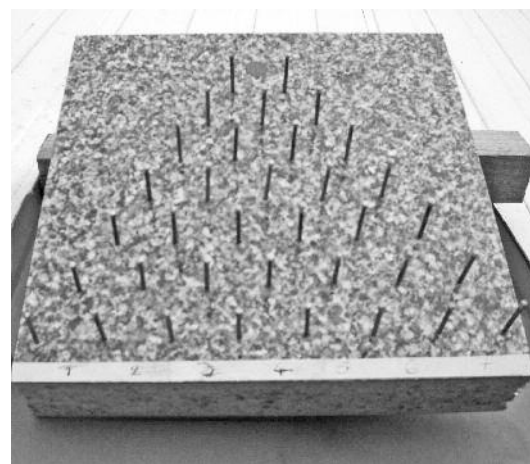
bille descende entre les clous. Les sorties possibles de la bille sont numérotées, la gommette est collée au point de départ de la bille. Je pose la planche dans le couvercle de boîte et j'obtiens un matériel que n'aurait peut-être pas renié Sir Francis Galton.

Consignes données aux élèves

La bille est posée entre les deux clous, sur la gommette en haut de la planche.

Elle descend et sort en bas dans une des cases numérotées 1, 2, 3, 4, 5, 6 ou 7.

Fais 10 essais. Note au fur et à mesure les cases d'arrivée de la bille lors de tes dix essais.



la Fête de la Science sur le Campus de Metz-Bridoux. L'animation était assurée par des étudiants de L2, L3 ou M1 du Campus.

Les élèves ont eu du mal à remplir le tableau fourni (semblable à celui présenté

dans la partie 3 avec seulement 10 essais par ligne). La consigne « *Note au fur et à mesure les cases d'arrivée de la bille* » mériterait peut-être d'être modifiée en « *Note à l'aide de bâtons les cases d'arrivée de la bille* ». Au final, un nombre non négligeable d'élèves écrivaient sur une ligne les résultats de plus de 10 essais. Ils ne pensaient certainement pas que la consigne « *Fais 10 essais* » avait une grande importance, ne sachant pas l'utilisation qui pouvait être faite des résultats. Il est aussi fort probable que les lancers de billes avaient un plus grand intérêt : quand on aime, on ne compte pas ! Mais, plus important que le nombre de lancers, c'est qu'ils ont remarqué que certaines cases semblaient plus difficiles à atteindre, et ceci pendant le court moment passé devant le matériel. En cela, l'utilisation de ces planches de Galton a été une réussite.

Partie 3 : une activité très intéressante dans une classe de CM

Cette activité à propos de planche de Galton s'est aussi déroulée dans la classe de CM1-CM2 de l'école de Sampigny (Meuse). Les consignes explicitées, 10 élèves sont allés à tour de rôle faire leur série de 10 essais pendant la mise en œuvre d'une autre activité mathématique. Ces 100 premiers résultats ont fourni une première occasion d'évoquer des pourcentages. Par la suite, 9 autres séries de 100 essais sont venues compléter le tableau ci-contre.

L'objectif de ce travail était de faire rencontrer un peu d'aléatoire à de jeunes élèves. Ils ont été surpris par la « rareté » d'utilisation par la bille des cases 1 et 7. Les élèves ont su dire qu'un seul chemin permettait d'arriver à ces cases et que « beaucoup » de chemins permettaient

d'arriver aux autres cases. C'est un début de compréhension.



Le second objectif était de pouvoir faire intervenir les pourcentages à partir de l'utilisation de « paquets de 100 », ce qui, en cycle 3, donne du sens à la notion. Il y a dans ce tableau de quoi constater que pour 100 essais, les pourcentages obtenus sont écrits avec des nombres entiers, pour 200 essais, des décimaux non entiers peuvent être obtenus, pour 300 essais, des nombres non décimaux peuvent être rencontrés et vont nécessiter l'usage de valeurs approchées. Finalement, un troisième objectif apparaît : la rencontre avec différents types de nombres, certains ne pouvant être écrits que sous forme approchée.

Numéro de la case d'arrivée	1	2	3	4	5	6	7	Total
100 premiers essais	1	9	22	23	29	16	0	100
100 autres essais	2	11	16	23	25	17	5	100
100 autres essais	0	8	31	30	22	9	0	100
100 autres essais	4	6	22	22	23	20	3	100
100 autres essais	3	10	25	20	27	14	1	100
100 autres essais	4	8	22	25	21	12	8	100
100 autres essais	3	9	25	26	19	12	6	100
100 autres essais	3	7	22	23	26	14	5	100
100 autres essais	3	0	29	28	21	13	6	100
100 autres essais	8	14	25	21	22	9	1	100
Total pour chaque case	31	82	240	241	235	136	35	1000

Les 1000 résultats du tableau ou chacune des séries de 100 résultats pourront ensuite être l'occasion de constructions de diagrammes en bâtons sur du papier millimétré en fin de cycle 3 et sur du papier uni au collège (bel exercice de tracés géo-

métriques et de proportionnalité avant d'utiliser plus tard un outil informatique).

L'usage d'une planche de Galton dès le CM2 se révèle finalement être source d'activités bien intéressantes...

Annexe : relevés réalisés par les élèves de Sampigny

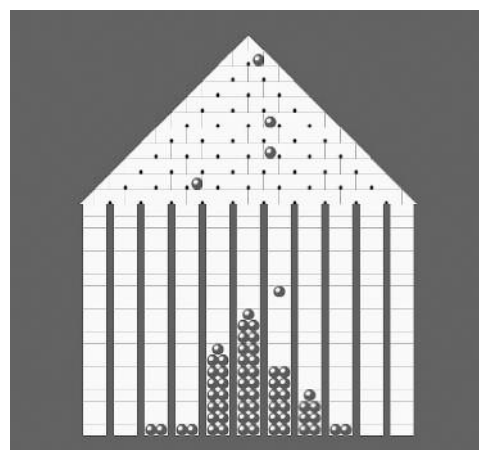
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Numéro de la case d'arrivée	1	2	3	4	5	6	7	TOTAL
2	100 premiers essais	1	9	22	23	29	16	0	100
3	100 autres essais	2	11	17	23	25	17	5	100
4	100 autres essais	0	8	31	30	22	9	0	100
5	100 autres essais	4	6	22	22	23	20	3	100
6	100 autres essais	3	10	25	20	27	14	1	100
7	100 autres essais	4	8	22	25	21	12	8	100
8	100 autres essais	3	9	25	26	19	12	6	100
9	100 autres essais	3	7	22	23	26	14	5	100
10	100 autres essais	3	0	29	28	21	13	6	100
11	100 autres essais	8	14	25	21	22	9	1	100
12	TOTAL	31	82	240	241	235	136	35	1000

Des planches de Galton électroniques

Valérie Larose

La planche de Galton est désormais bien connue de nos lycéens qui découvrent dès la classe de 1^{ère} la loi binomiale. Si vous n'avez pas l'âme du bricoleur pour planter les clous régulièrement sur la planche pour réaliser l'expérience, pas de panique, de nombreux sites sur internet vous permettent de simuler l'expérience.

* Sur le site *Mathématiques magiques* de Thérèse Éveilleau, une planche de 2 à 10 étages au choix permet de simuler l'expérience. Un mode « lent » permet de suivre le parcours de la bille (avec un bruitage qui peut devenir très agaçant), un parcours « rapide » et sans bruitage permet d'obtenir la répartition jusqu'à 1024 billes dans les bacs à l'arrivée très rapidement. Une analyse de la situation suit l'expérience.



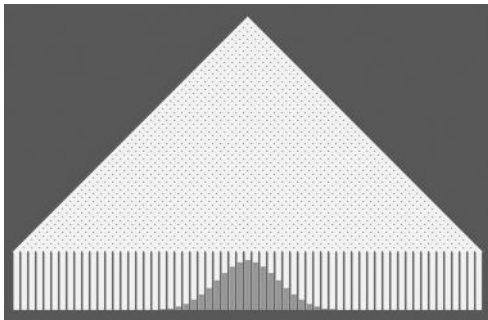
Bilan réalisé avec des élèves de 1^{ère} ES et S

Modélisation : on a un modèle probabiliste d'une bille qui tombe dans une planche de Galton de 10 étages. La rencontre d'une bille et d'un clou est une expérience aléatoire qui vérifie une loi binomiale de paramètres $10 ; \frac{1}{2}$. On peut alors calculer la probabilité que la bille tombe dans le compartiment k .



* Le site *MATHS POUR TOUS*, hébergé à l'université de Rouen, propose une planche de Galton jusqu'à 60 étages suivie d'explications que les élèves de Terminale peuvent étudier en autonomie pour réviser les notions abordées en classe de 1^{ère} et aborder la distribution de probabilité.

Extrait



Sur cette figure, on a représenté graphiquement pour chaque colonne la probabilité qu'une bille partant du haut de la planche finisse sa course dans cette colonne (ici, il y a 60 rangées de clous).

Notez que toutes les colonnes sont théoriquement accessibles, mais si l'on s'écarte un peu du milieu, la probabilité devient si faible qu'elle n'est plus visible à l'échelle utilisée ! La raison est simple : il y a beaucoup plus de chemins menant aux colonnes centrales qu'à celles qui s'écartent du centre. Ainsi, il n'existe qu'un seul chemin menant à chacune des colonnes extrêmes, alors qu'il y a des milliards de façons d'arriver à la colonne centrale.

*Sur ce graphique, la distribution de probabilité d'arrivée dans les colonnes semble dessiner une courbe en cloche très régulière. Le **théorème central limite** dit précisément que plus le nombre de rangées de clous sur la planche est grand, plus la distribution des probabilités d'arrivées se rapproche de cette courbe en cloche, appelée **courbe de Gauss**. La largeur de la cloche varie en fonction de la taille de la planche.*