Baccalauréat - Rio-de-Janeiro juin 1951

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1^er^ sujet
Intersection d'une droite et d'une parabole.

2^e^ sujet
La projection orthogonale d'une circonférence est une ellipse.

3^e^ sujet
Sections elliptiques d'un cône de révolution.

I

Soient un triangle équilatéral ABC (AB = a) et O le centre de son cercle circonscrit. Le sens ABC sur le cercle circonscrit est le sens positif du plan.
Soit A′B′C′ le triangle déduit de ABC par la rotation de centre O et d'angle θ $(0 < \theta < 120°)$ soit enfin Oz la droite transformée de OA par la rotation de centre O et d'angle $\dfrac{\theta}{2}$.

1. Montrer que les triangles ABC et A′B′C′ sont symétriques par rapport à Oz.
   Les droites AC, A′C′ se coupent en D, AB et A′C′ en E, AB et A′B′ en F. Montrer que les triangles ADE et A′EF sont égaux.
   On admettra dans la suite du problème les résultats précédents si l'on n'a pas pu les établir.
2. Évaluer le périmètre, et les angles du triangle A′EF. En déduire les expressions de ses côtés en fonction de a et θ.
3. Déterminer θ pour que FE $= \dfrac{a\sqrt{3}}{3m}$, m étant un nombre positif donné, Discuter.
4. Soit $\operatorname{tg}\dfrac{\theta}{2} = t$. Montrer que $y = \text{A}'\text{E} = \dfrac{2at}{3t+\sqrt{3}}$.
   On désigne par r le rayon du cercle inscrit au triangle A′EF.
   Calculer r en fonction de y. En déduire le maximum de r quand y varie.