∽ Baccalauréat Rome 1950 ∾

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1er sujet
Représentation plane d'un hémisphère terrestre en projection orthographique et en projection stéréographique.

2e sujet
Eclipse de Lune et de Soleil.

3e sujet
Système de Copernic. Lois de Kepler.

II

1. On donne deux droites parallèles (D) et $\left(\mathrm{D}'\right)$ coupées en A et A′ par une perpendiculaire. On pose $\mathrm{AA}' = 2a$.
   Soient F et F′ deux points du segment AA′ symétriques par rapport à O, milieu de AA′. On pose $\mathrm{FF}' = 2c$.
   Un cercle variable (C) passe par F et F′ et coupe (D) et $\left(\mathrm{D}'\right)$. Soient P sur (D) et P′ sur $\left(\mathrm{D}'\right)$ deux de ces points d 'intersection non symétriques par rapport à la médiatrice de AA′.
   Démontrer que PP′ enveloppe une ellipse (E).
   Démontrer que les cercles (Γ) et $\left(\Gamma'\right)$ de centres P et P′, de rayons PA et P′A′ sont tangents à MF et MF′ [M étant le point de contact de PP′ avec (E)].
   Démontrer que
   $$\frac{\overline{\mathrm{PM}}^2}{\mathrm{MF}\cdot\mathrm{MF}'} = \frac{\overline{\mathrm{PA}}^2}{\mathrm{AF}\cdot\mathrm{AF}'}.$$
2. On donne deux droites parallèles (D) et $\left(\mathrm{D}'\right)$ coupées en B et B′ par une perpendiculaire. On pose $\mathrm{BB}' = 2b$.
   Soient F et F′ deux points situés sur la médiatrice de BB′, symétriques par rapport à BB′. On pose $\mathrm{FF}' = 2c$.
   Un cercle variable (Γ) du faisceau dont F et F′ sont les points limites coupe (D) et $\left(\mathrm{D}'\right)$. Soient N sur (D) et N′ sur $\left(\mathrm{D}'\right)$ deux de ces points d'intersection non symétriques par rapport à la droite FF′.
   Démontrer que NN′ enveloppe une ellipse.
3. On donne deux droites (D) et $\left(\mathrm{D}'\right)$ se coupant en O.
   Soient F et F′ deux points d'une bissectrice de l'angle $\left(\mathrm{D}, \mathrm{D}'\right)$ symétriques par rapport à O.
   Un cercle variable (C) passant par F et F′ coupe (D) et $\left(\mathrm{D}'\right)$. Soient P et P′ deux de ces points d'intersection, non symétriques par rapport à une bissectrice de $\left(\mathrm{D}, \mathrm{D}'\right)$.
   Démontrer que PP′ enveloppe une hyperbole.
   Soit FT la tangente à (C) en F. Démontrer que le faisceau FT, FF′, FP, FP′ est harmonique.