∽ Baccalauréat Rome [1] juin 1959 ∾
Série mathématiques et mathématiques et technique

I

1^er^ sujet

Définition, détermination et propriétés du plus petit commun multiple de deux nombres.

2^e^ sujet

Détermination de la section d'un cône de révolution par un plan parallèle à un plan tangent à ce cône.

3^e^ sujet

Mouvement circulaire uniforme.
Définition ; vecteur vitesse et vecteur accélération à un instant donné.

II

Soit une ellipse (E) définie par son foyer F, son cercle directeur (F′) de centre F′ et de rayon $2a$; son excentricité est désignée par e.
Deux points M et M′ de cette ellipse sont centres de cercles passant par F et tangents respectivement en φ et φ' au cercle (F′).
Soit enfin I le point de rencontre des tangentes en φ et φ' au cercle (F′) et soit f le symétrique de F par rapport à la droite MM′.

1. Montrer que les points F, f et I sont alignés.
   L'angle MFM′ étant droit, trouver, par une inversion convenable, le lieu de f lorsque la droite MM′ varie.
   En déduire que l'enveloppe de la droite MM′ est une conique, dont on indiquera l'excentricité.
   Construire géométriquement le deuxième foyer de cette conique.
2. Dans les mêmes conditions, trouver l'enveloppe du cercle. de centre I orthogonal au cercle (F′).
3. Les notations restant les mêmes, on suppose désormais que
   (FM, FM′) $= \alpha + k\pi$ dans le plan orienté (α est un angle donné).
   Montrer que l'enveloppe de la droite MM′ se compose alors de deux coniques.
   Calculer le rapport des excentricités de ces deux coniques ainsi que les rayons de leurs cercles directeurs.
4. Si α varie, que peut-on dire des cercles directeurs des coniques-enveloppe non centrés en F ?
   Montrer qu'elles gardent une directrice fixe, à préciser.
5. De l'étude précédente déduire le nombre de sécantes MM′ que l'on peut mener à l'ellipse (E) d'un point B du plan de manière que l'on ait
   (FM, FM′) $= \alpha + k\pi$, α étant un angle donné.
   Discuter suivant la position de B dans le plan.

1. Nouvelle Calédonie mars 1960