∽ Baccalauréat Mathématiques Rome septembre 1955 ∾

I.
1$^{\text{er}}$ sujet

Nombres premiers. Définition.
Un nombre non premier admet un diviseur premier.
La suite des nombres premiers est illimitée.
Formation d'une table de nombres premiers.
Reconnaître si 4 859 est premier.

I.
2$^{\text{e}}$ sujet

Fraction irréductible.
Propriété d'une fraction égale à une fraction irréductible et de deux fractions irréductibles égales.
Condition pour qu'une fraction soit égale à une fraction décimale ; application à $\dfrac{2\,737}{3\,128}$.

I.
3$^{\text{e}}$ sujet

Définition complète et théorie de l'extraction de la racine carrée à une unité près d'un nombre entier.
Faire la démonstration sur l'exemple numérique suivant : $\sqrt{2\,226}$.
Définir ensuite la racine carrée d'un nombre à $\dfrac{1}{100}$ près. Calculer celle du nombre précédent.

II.

1. Dans un triangle ABC on désigne par A, B, C les angles, par a, b, c les côtés, par $2p$ le périmètre, par r le rayon du cercle inscrit.
   Établir les relations usuelles et
   $$r = (p-a)\text{tg }\frac{\text{A}}{2},\quad \frac{\text{B}}{2}\cdot\frac{\text{C}}{2} = \frac{p-c}{p}$$
   $$\text{et } pr^2 = (p-a)(p-b)(p-c).$$
2. Sur une ellipse (E) donnée, ayant $\text{A}'\text{A} = 2a$ pour grand axe, $\text{B}'\text{B} = 2b$ pour petit axe, $\text{F}'\text{F} = 2c$ pour distance focale, on prend un point arbitraire, P, et l'on considère le triangle PFF$'$.
   On désigne par 2φ et $2\varphi'$ les angles de ce triangle ayant pour sommets F et F$'$, par r le rayon du cercle (I), de centre I, inscrit dans ce triangle, les points de tangence avec les côtés étant D sur F$'$F, E sur FP, G sur PF$'$.
   Démontrer les relations a-c
   $$\text{tg }\varphi\text{tg }\varphi' = \frac{a-c}{a+c}\quad\text{et}\quad \text{tg }\varphi + \text{tg }\varphi' = \frac{2c(a-c)}{r(a+c)}.$$
   Calculer 2φ et $2\varphi'$. Discuter avec r ; maximum de r ; vérifier ce dernier géométriquement.
3. Du centre O de l'ellipse (E) on abaisse la perpendiculaire sur la tangente à l'ellipse en P. Cette perpendiculaire rencontre les rayons vecteurs PF et PF$'$, ou leur prolongement, en K et K$'$ et fait avec F$'$F un angle 2λ.
   Quelle relation y a-t-il entre φ, $2\varphi'$ et λ ?
   Calculer les segments FK et F$'$K$'$. Donner une justification géométrique des résultats trouvés.
   Quels sont les lieux de K et K$'$ quand P varie sur (F).
   Quel est l'axe radical de ces deux lieux ?
4. La polaire de P par rapport au cercle (I) coupe la droite F$'$F en D$'$. Démontrer que la division F$'$FDD$'$ est harmonique.