# Rome septembre 1956
# Baccalauréat série mathématiques

**I. 1^er^ sujet**

Résolution et discussion d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues.
On se bornera à exposer cette question sur l'exemple suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} m^2x+y &=& 1,\\ x+m^2y &=& m,\end{array}\right.$$

$m$ désignant un paramètre.

**I. 2^e^ sujet**

Étude des variations de la fonction

$$y=\frac{x^2+6x+8}{x(x-2)}.$$

Représentation graphique de cette fonction.

**I. 3^e^ sujet**

Notion de fonction primitive d'une fonction donnée.
Application au calcul de l'aire limitée par l'axe $z'Oz$, les parallèles à $y'Oy$ d'abscisses respectives $a$ et $x$, et la courbe représentative de la fonction $y=f(x)$, cette fonction étant définie, positive, croissante dans l'intervalle $(a\,;\,b)$ et $x$ étant dans cet intervalle.

## II. Problème

Étant données deux droites $u'Ou$, $v'Ov$ se coupant en O, on désigne par $2\alpha$ $\left(0<\alpha<\frac{\pi}{2}\right)$ l'angle des deux demi-droites $Ou$, $Ov$, par $x'Ox$ la bissectrice de cet angle et de l'angle opposé par le sommet, par (P) le plan perpendiculaire au plan $uOv$ le long de $x'Ox$.

1. Une sphère variable (S), de rayon constant R, reste tangente aux deux droites $u'Ou$, $v'Ov$, et son centre I reste dans le plan (P).
   Trouver, dans ces conditions, le lieu (E) de I. (On pourra, par exemple, chercher la relation qui lie les coordonnées $x$ et $y$ de I par rapport au système d'axes constitué, dans le plan (P), par $x'Ox$ et par la perpendiculaire $y'Oy$ élevée en O au plan $uOv$.)
   Le grand cercle de (S) dont le plan est perpendiculaire à $x'Ox$ perce le plan $uOv$ en deux points, M et N, dont on demande le lieu géométrique lorsque (S) varie comme il est dit ci-dessus.
2. Un cercle (C) variable, de rayon *constant* R, rencontre constamment les deux droites fixes $u'Ou$, $v'Ov$ ; le plan de ce cercle reste perpendiculaire à $x'Ox$. Trouver, dans ces conditions, le lieu, (E$'$), de son centre J.
3. Évaluer l'aire A de la portion de (P) comprise entre les deux courbes (E) et (E$'$).
   Comment varie cette aire lorsque $\alpha$ varie de 0 à $\dfrac{\pi}{2}$. Montrer que, pour toute valeur de $\alpha$ prise dans cet intervalle, les points où (E$'$) coupe $x'Ox$ occupent par rapport à (E) des positions remarquables, que l'on précisera.
4. On donne dans le plan $uOv$ une droite $\Delta$ perpendiculaire à $x'Ox$ au point T d'abscisse $\overline{\text{OT}}=\lambda R$ $(\lambda\geqslant 0)$ et l'on désigne par (Q) l'un des deux plans qui passent par $\Delta$ et qui font avec le plan $uOv$ un angle $\varphi$ donné $\left(0<\varphi\leqslant\frac{\pi}{2}\right)$.
   Déterminer les sphères (S) du **1.** qui sont tangentes au plan (Q).
   Discuter en prenant $\lambda$ comme paramètre et en supposant R, $\alpha$, et $\varphi$ constants.
   *Application numérique* : $\operatorname{cotg}\alpha=4,\quad \sin\varphi=\dfrac{3}{5}$.