

Durée : 4 heures

∞ Baccalauréat C septembre 1982 Rouen ∞

EXERCICE 1

4 points

\mathcal{P} est un plan vectoriel euclidien, muni d'une base orthonormée (\vec{i}, \vec{j}) .

\mathcal{D} est un plan affine, de plan vectoriel associé \mathcal{P} , muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie par :

$$f(x) = e^x - e^{-x}.$$

1. a. Étudier les variations de f .
b. Tracer sur un même graphique, en prenant 5 cm comme unité de longueur, les courbes :
(C') représentative de la fonction $x \mapsto e^x$ dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$;
(C'') représentative de la fonction $x \mapsto e^{-x}$ dans le même repère;
(C) représentative de la fonction f dans le même repère.
2. Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} .
On pose $y = f(x)$. Exprimer e^x puis x en fonction de y .
En déduire $f^{-1}(y)$.
Calculer la fonction dérivée de f^{-1} . Tracer la courbe représentative de f^{-1} sur le graphique du 1.
3. λ est un nombre réel positif.
Calculer l'aire S_λ de l'ensemble des points m dont les coordonnées vérifient :

$$\begin{cases} 0 & \leq x & \leq \lambda \\ f(x) & \leq y & \leq e^x \end{cases} \quad \text{On exprimera cette aire en cm}^2$$

S_λ admet-elle une limite quand λ tend vers $+\infty$?