

∞ Rouen juin 1967 ∞
Baccalauréat mathématiques élémentaires

EXERCICE 1

Deux cercles, (O_1) et (O_2) , se coupent en A et B sous l'angle V. Ils sont tangents *extérieurement* au cercle (C), de centre C et de rayon R.

On effectue l'inversion de centre A qui conserve (C). Construire la figure inverse.

Préciser l'inverse, B', de B.

L'angle V restant constant, A et (C) étant supposés fixes, (O_1) et (O_2) variables ; quel est l'ensemble des positions du point B' ?

Même question pour le point B.

EXERCICE 2

Par rapport à un système d'axes orthonormé, un cercle (C) a pour équation

$$x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0.$$

Soit P le point de coordonnées $\left(\frac{7}{2}, -\frac{1}{2}\right)$. Quelle est l'équation de la polaire de P par rapport au cercle (C) ?

EXERCICE 3

1. Construire, par rapport à un repère orthonormé (unité sur chaque axe : le centimètre), la courbe (Γ) d'équation

$$(1) \quad y^2 = x^2 - 2x + 13.$$

2. En remarquant que (1) peut s'écrire

$$y^2 - (x - 1)^2 = 12,$$

montrer qu'il existe quatre points, A, B, C et D, de (Γ) dont les coordonnées appartiennent à l'ensemble, \mathbb{Z} , des entiers relatifs.

3. Construire, par rapport au même repère orthonormé, la courbe (Γ') d'équation

$$(2) \quad y^2 = -4x^2 + 8x + 28.$$

Déterminer, dans toute la mesure du possible, les propriétés géométriques des courbes (Γ) et (Γ') et, plus particulièrement, celles qui leur sont communes.

Montrer que (Γ) et (Γ') se coupent en A, B, C et D à angle droit.

4. Calculer la dérivée de la fonction

$$Y = \frac{1}{2}(x - 1)\sqrt{x^2 - 2x + 13} + 6\text{Log} \left| x - 1 + \sqrt{x^2 - 2x + 13} \right|.$$

Le point A étant supposé placé dans le premier quadrant et le point B dans le second quadrant, calculer l'aire du domaine compris entre l'axe $x'x$, l'arc AB de (Γ) et les parallèles à $y'y$ menées par A et B.

N. B. - Les propriétés géométriques de (Γ) pourront être précisées dès la question 1.