

Durée : 2 heures

∞ Baccalauréat SMS Antilles–Guyane juin 2006 ∞

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé. Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème. Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

EXERCICE

8 points

Une maladie atteint 3 % d'une population de 30 000 habitants. On soumet cette population à un test.

- parmi les bien portants, 2 % ont un test positif;
- parmi les individus malades, 49 ont un test négatif.

1. Reproduire puis compléter le tableau suivant :

	Malades	Bien portants	Total
Test positif			
Test négatif			
Total			30 000

Dans les questions suivantes, les résultats numériques demandés seront donnés à 10^{-3} près.

2. On choisit au hasard un individu de cette population. On considère les événements T et M suivants :

- T : « le test est positif pour l'individu choisi »;
- M : « l'individu choisi est malade ».

- a. Calculer la probabilité de chacun des événements T et M .
- b. Définir par une phrase l'évènement \bar{T} et calculer sa probabilité.
- c. Définir par une phrase chacun des événements $M \cup T$ et $\bar{M} \cap T$.
- d. Calculer les probabilités des événements $M \cup T$ et $M \cap \bar{T}$.

3. On décide d'hospitaliser tous les individus qui ont un test positif. On choisit au hasard un individu hospitalisé. Quelle est la probabilité qu'il soit bien portant ?

PROBLÈME

12 points

Partie A : étude et représentation graphique d'une fonction

On appelle f la fonction numérique de variable réelle définie sur $[0; 5]$ par

$$f(t) = te^{2-t}.$$

1. Calculer $f'(t)$ et vérifier que $f'(t) = (1-t)e^{2-t}$.
2. a. Étudier le signe de $f'(t)$ sur $[0; 5]$.
b. Dresser le tableau de variations de f (dans ce tableau ne figureront que des valeurs exactes).
3. Recopier sur la copie en le complétant le tableau de valeurs suivant (les valeurs seront données sous forme décimale arrondie à 0,01 près)
4. Tracer la courbe représentative de la fonction f sur une feuille de papier millimétré, dans un repère orthonormé d'unité 3 centimètres.

Partie B : application : étude de la concentration d'un médicament dans le sang d'un malade en fonction du temps

À l'instant $t = 0$, un malade absorbe un médicament. On admet que la concentration de celui-ci dans le sang, exprimée en mg.L^{-1} , en fonction du temps t exprimé en heures est donnée par la fonction f étudiée dans la partie A.

1. À quel instant la concentration du médicament est-elle maximale? Quelle est cette concentration maximale? (donner sa valeur exacte puis son approximation décimale à $0,01 \text{ mg.L}^{-1}$ près).
2. Dans cette question, on fera apparaître sur le graphique tous les tracés utiles. Déterminer graphiquement au bout de combien de temps la concentration dans le sang redevient inférieure à 1 mg.L^{-1} .
3. Déterminer graphiquement le temps pendant lequel la concentration dans le sang est supérieure à 2 mg.L^{-1} .