

☞ Baccalauréat SMS Antilles – Septembre 2002 ☞

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.

Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.

Exercice

8 points

Dans un magasin, les paiements se font en espèces, par chèque ou par carte bancaire. On classe ces paiements en deux catégories : montant inférieur ou égal à 200 francs et montant supérieur à 200 francs.

Une enquête auprès de 250 clients a donné les résultats suivants :

- 70 % des paiements concernent des sommes inférieures ou égales à 200 francs ;
- 40 % des paiements se font par chèque ;
- il y a 40 paiements par carte et aucun n'est inférieur ou égal à 200 francs ;
- il y a 80 chèques dont le montant est inférieur ou égal à 200 francs.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant donnant la répartition des paiements :

	Paiement en espèces	Paiement par chèque	Paiement par carte	TOTAL
Montant inférieur ou égal à 200 francs				
Montant supérieur à 200 francs				
TOTAL				250

(Les résultats numériques demandés dans les questions suivantes seront arrondis à 10^{-2} près).

2. On choisit, au hasard, un paiement parmi les 250.

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « le paiement est en espèces » ;

B : « le paiement est en chèque d'un montant supérieur à 200 francs » ;

C : « le paiement n'est pas un paiement par carte » ;

D : « le paiement est en chèque ou est supérieur à 200 francs ».

3. On choisit, au hasard, un paiement parmi ceux supérieurs à 200 francs.

Quelle est la probabilité p que ce soit un paiement en espèces ?

4. On choisit, au hasard, un paiement parmi ceux effectués en espèces.

Quelle est la probabilité p' qu'il soit supérieur à 200 francs ?

Problème

12 points

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 12]$ par

$$f(x) = 25 + 130 \ln(x + 1).$$

1. a. Calculer $f'(x)$.
b. Préciser le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f .
2. Reproduire et compléter le tableau suivant (on donnera les valeurs approchées de $f(x)$ à une unité près).

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	10	12
$f(x)$	25			205			278				

3. Soit C la courbe représentative de f dans un plan rapporté à un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) .
(Unités graphiques : 1 cm pour une unité sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 25 unités sur l'axe des ordonnées).
Tracer C .

Partie B

Un éleveur a lâché dans une réserve un groupe de 25 lapins adultes.
On considère que le nombre de lapins présents dans la réserve en fonction du temps x , exprimé en mois, est donné par

$$f(x) = 25 + 130 \ln(x + 1).$$

1. Calculer le nombre de lapins au bout d'un an.
2. a. Déterminer graphiquement au bout de combien de temps le nombre de lapins atteint 285 individus.
(Laisser apparents les traits utiles).
b. Retrouver ce résultat par le calcul.