

☞ Baccalauréat SMS Métropole septembre 1998 ☞

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.

L'épreuve comporte 3 pages, la page 3 est à rendre avec la copie.

Exercice

8 points

Un humoriste a fait le « raisonnement » suivant :

« 40 % des accidents de la route sont provoqués par des conducteurs ayant absorbé de l'alcool avant de prendre le volant. Il y a donc plus d'accidents provoqués par des personnes sobres que par des personnes alcooliques. Il vaut donc mieux boire avant de conduire. »

Pour apprécier ce « raisonnement », imaginons que, sur la route, il y a 1 400 conducteurs dont 32 ont bu. Sur ces 1 400 véhicules, on déplore 20 accidents.

1. En reprenant la donnée « 40 % des accidents de la route sont provoqués par des conducteurs ayant absorbé de l'alcool », calculer le nombre d'accidents provoqués par des conducteurs ayant bu.
2. Recopier et compléter le tableau suivant :

	Conducteurs ayant provoqué un accident	Conducteurs n'ayant pas provoqué d'accident	Total
Conducteurs ayant bu			32
Conducteurs sobres			
Total	20		1 400

Dans toute la suite de l'exercice, les résultats seront donnés avec une précision de 0,001.

3. On choisit au hasard un conducteur.
Calculer la probabilité des événements suivants :
 A : « Le conducteur choisi a bu et a provoqué un accident » ;
 B : « Le conducteur choisi est sobre et a provoqué un accident ».
4. On choisit au hasard un conducteur parmi ceux qui ont bu.
Calculer la probabilité de l'évènement :
 C : « Le conducteur choisi a provoqué un accident ».
5. On choisit au hasard un conducteur parmi ceux qui sont sobres.
Calculer la probabilité de l'évènement :
 D : « Le conducteur choisi a provoqué un accident ».
6. Que pensez-vous du « raisonnement » de l'humoriste ?

Problème

12 points

Partie A : Étude d'une fonction

La représentation graphique (C) sur $[0 ; 7]$ de la fonction f définie par

$$f(x) = 7xe^{-x}$$

dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , est donnée en annexe (unités : 2 cm sur l'axe des abscisses et 4 cm sur l'axe des ordonnées). Cette annexe sera ensuite jointe à votre copie.

1. a. Montrer que la dérivée f' de la fonction f peut s'écrire :

$$f'(x) = 7(1 - x)e^{-x}.$$

- b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0; 7]$.
 c. Dresser le tableau des variations de f .
 2. a. En faisant apparaître les constructions utiles, noter sur la représentation graphique les solutions α et β de l'équation $f(x) = 1$ (on notera α la plus petite des deux).
 b. Recopier et compléter le tableau suivant en donnant les résultats à 10^{-2} près.

x	0	0,1	0,2	0,3	2,9	3	3,1	3,2
$f(x)$		0,63	1,15	1,56				0,91

- c. En déduire la valeur de α à 10^{-1} près par excès et la valeur de β à 10^{-1} près par défaut.
 d. Par lecture graphique, résoudre l'inéquation $f(x) \geq 1$.

Partie B : Application

Une substance est injectée par voie intramusculaire. Elle passe progressivement du muscle au sang puis est éliminée par les reins.

Après étude, on constate que la quantité q de substance contenue dans le sang (exprimée en cg) en fonction du temps t (exprimé en heures) est :

$$q(t) = 7te^{-t} \text{ pour } t \in [0; 7].$$

1. a. Calculer la quantité de substance présente dans le sang au bout de 1 h 30 min (calculer la valeur exacte puis donner une valeur approchée à 10^{-2} près).
 b. Par lecture graphique, en faisant apparaître les constructions utiles, vérifier le résultat du a.
 2. La substance n'est efficace que si la quantité présente dans le sang est supérieure ou égale à 1 cg.
 En utilisant les résultats de la **partie A**, déterminer l'intervalle de temps durant lequel la substance est efficace.

Annexe à rendre avec la copie

Nom Prénom :

Représentation graphique (C) sur $[0; 7]$ de la fonction f définie par

$$f(x) = 7xe^{-x}$$

