

🌀 Baccalauréat SMS Métropole septembre 2000 🌀

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.

Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.

EXERCICE

8 points

Dans une partie du monde, on estime que 15 % de la population est contaminée par un virus X. La stratégie de dépistage met en place un test biologique qui devrait être négatif si la personne n'est pas contaminée et positif si la personne est contaminée.

On a observé les résultats suivants :

- Quand la personne est contaminée par le virus X, le test est positif dans 99,6 % des cas.
- Quand la personne n'est pas contaminée par ce virus, le test est négatif dans 97,6 % des cas.

1. En considérant une population de 10 000 personnes observées, reproduire et compléter le tableau suivant :

	Nombre de personnes contaminées	Nombre de personnes non contaminées	Total
Test positif			
Test négatif			
Total			10 000

Dans les questions suivantes les probabilités seront données à 10^{-4} près.

Pour les questions 2, 3, 4 on choisit au hasard une personne de cette population, toutes les personnes ayant la même probabilité d'être choisies.

2. On considère les évènements :

A : « La personne est contaminée par le virus X » ;

B : « La personne a un test positif ».

Calculer la probabilité de chacun des évènements A et B .

3. Calculer la probabilité pour que la personne soit contaminée par le virus X et ait un test positif.
4. a. Calculer la probabilité pour que la personne ne soit pas contaminée par le virus X et ait un test positif.
- b. Calculer la probabilité pour que la personne soit contaminée par le virus X et ait un test négatif.
- c. Calculer la probabilité que le test donne un résultat faux.
5. On choisit maintenant une personne ayant un test négatif.
Quelle est la probabilité qu'elle soit contaminée par le virus X ?

PROBLÈME

12 points

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $I = [10 ; 110]$ par :

$$f(x) = -0,1x + 2\ln(2x).$$

1. a. Calculer $f'(x)$.
- b. Vérifier que $f'(x) = \frac{2-0,1x}{x}$ et résoudre l'équation $f'(x) = 0$.
- c. Reproduire et compléter le tableau de signes suivant :

x	10	110
$2 - 0,1x$		
x		
$\frac{2 - 0,1x}{x}$		

- d. Donner le tableau de variations de f sur l'intervalle I .
2. Reproduire et compléter le tableau suivant, en donnant des valeurs de $f(x)$ arrondies à 10^{-1} près.

x	10	15	20	30	40	50	60	70	90	110
$f(x)$		5,3	5,4		4,8		3,6			

3. Le plan est muni d'un repère orthogonal. Pour le graphique, on prendra :
- 1 cm en abscisses pour 10 unités;
 - 2 cm en ordonnées pour 1 unité.

Tracer la courbe représentative de la fonction f en utilisant le tableau de valeurs de la question précédente.

Partie B

On admet que, pour un âge x compris entre 15 ans et 60 ans, la capacité pulmonaire de l'être humain, en litres, est donnée par :

$$f(x) = -0,1x + 2\ln(2x).$$

1. En utilisant la **partie A**, préciser la capacité pulmonaire maximale et l'âge où elle est atteinte.
2. Par lecture graphique, en faisant apparaître les tracés utiles, indiquer à quel âge, après 15 ans, la capacité pulmonaire est de 5 litres.
3. Expliquer pourquoi la fonction f ne peut pas être utilisée pour évaluer la capacité pulmonaire d'une personne de 110 ans.