Baccalauréat SMS Métropole septembre 1995

EXERCICE 1 **10 points**

Chaque année le taux de natalité est calculé en divisant le nombre de naissances par le nombre d'habitants du pays.
Lors d'une étude statistique, menée en 1993 par l'INSEE, on a constaté en France, que le taux de natalité était en baisse.
Voici le tableau des résultats constatés :

Année	1984	1986	1988	1990	1992
Rang de l'année x_i	4	6	8	10	12
Taux en % de natalité y_i	1,38	1,40	1,37	1,34	1,31

1. Construire le nuage de points $M\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à cette série statistique dans un repère orthogonal.

   L'axe des abscisses est gradué à partir de 0 et on prendra 1 cm par rang d'année.

   L'axe des ordonnées est gradué à partir de 1 et on prendra 10 cm pour 1 %.
2. On note G_1 le point moyen des 2 premiers points et G_2 celui des 3 derniers.
   - **a.** Calculer les coordonnées de G_1 et G_2 et tracer la droite (G_1G_2).
   - **b.** Déterminer sous la forme $y = mx + p$ une équation de la droite (G_1G_2).
3. On suppose que le taux de natalité y est donné, en fonction du rang x de l'année, par $y = -0,01x + 1,44$.
   - **a.** Par le calcul, déterminer le taux de natalité que l'on peut prévoir en l'an 2000.
   - **b.** Par lecture graphique, en faisant apparaître sur la figure les constructions utiles, indiquer à partir de quelle année on peut prévoir un taux de natalité inférieur à 1,29.

EXERCICE 2 **10 points**

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $I = [-3 ; 3]$ par :

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}.$$

I Reconnaissance de la courbe représentative de f

1. **a.** Démontrer que pour tout x de l'intervalle I, la fonction dérivée f' de f est définie par : $f'(x) = \dfrac{4x}{(x^2+1)^2}$.
   - **b.** Étudier suivant les valeurs de x le signe de $f'(x)$.
   - **c.** Donner le tableau de variation de f.
2. Déduire de la question précédente, en justifiant votre réponse, que les courbes C_1 et C_2, données sur la feuille annexe, ne peuvent pas représenter f.

   ON ADMETTRA QUE LA COURBE REPRÉSENTATIVE DE f EST C_3

II Exploitation de la fonction f et de la courbe C_3

1. Montrer que la fonction f est paire. Comment cette propriété se traduit-elle sur la représentation graphique de f ?

2. **a.** Calculer $f(3)$.
   b. Donner l'intervalle décrit par $f(x)$ lorsque x décrit l'intervalle $[-3\ ;\ 3]$.
3. **a.** Par le calcul, résoudre dans I l'équation : $f(x) = 0$.
   b. Par lecture graphique, résoudre dans I l'inéquation : $f(x) \leqslant 0$.

ANNEXE