Baccalauréat SMS Nouvelle-Calédonie novembre 2004

EXERCICE **8 points**

Avant de partir en vacances, une personne entreprend un régime afin de perdre du poids, en suivant les conseils d'un nutritionniste.
Elle se pèse régulièrement à la fin de chaque semaine de régime, le même jour, à la même heure.
Elle note l'évolution de son poids dans un tableau

rang de la semaine x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
poids y_i (en kg)	63	62,6	61,4	61	61,2	60,6	60,4	59,8

1. Représenter le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à cette série statistique dans un repère orthogonal. Prendre pour unités graphiques :
   - en abscisse $1,5$ cm pour 1 semaine,
   - en ordonnée 5 cm pour 1 kg.

   Graduer l'axe des abscisses à partir de 0 ; l'axe des ordonnées à partir de 59.
2. Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage et le placer sur le graphique précédent.
3. Soit (D) une droite d'équation $y = -0,42x + p$. Déterminer le nombre p sachant que (D) passe par G.
4. On admet que la droite d'équation $y = -0,42x + 63,14$ constitue un bon ajustement affine du nuage de points pendant 10 semaines.
   a. Construire cette droite sur le graphique.
   b. La personne voudrait atteindre le poids de 59 kg. Si son régime dure 9 semaines, selon les conditions ci-dessus, aura-t-elle atteint son objectif? (Justifier votre réponse à l'aide du graphique).
   c. Retrouver le résultat de la question précédente en résolvant l'inéquation $-0,42x + 63,14 \leqslant 59$.

PROBLÈME **12 points**

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[40\ ;\ 80]$ par :

$$f(x) = 1 + 2\ln(0,04x).$$

1. **a.** f' représentant la dérivée de la fonction f, vérifier que $f'(x) = \dfrac{2}{x}$.
   b. Donner le signe de f' sur l'intervalle $[40\,;\,80]$.
   c. Dresser le tableau des variations de f sur ce même intervalle. (Donner les valeurs exactes de $f(40)$ et $f(80)$ puis des valeurs approchées arrondies à $0,01$ près).
2. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant en arrondissant les résultats à $0,01$ près :

x	40	45	50	55	60	65	70	75	80
$f(x)$		2,18		2,75			3,2		

3. Représenter graphiquement la fonction f dans un repère orthogonal en prenant pour unités graphiques en abscisse 2 cm pour 5 unités, en ordonnée 10 cm pour 1 unité.

Graduer l'axe des abscisses a partir de 40 et l'axe des ordonnées à partir de 1.

Partie B

Une infirmière libérale parcourt chaque jour entre 40 et 80 kilomètres. Elle calcule le montant de ses frais de déplacement.
Soit g la fonction définie sur $[40\,;80]$ par $g(x) = 20f(x)$ où f est la fonction étudiée précédemment. On admet que $g(x)$ représente alors le montant des frais de déplacement exprimé en euros en fonction du nombre x de kilomètres parcourus par jour.

1. Déterminer le montant des frais de déplacement pour 40 kilomètres parcourus.

2. **a.** Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 3$.

Faire apparaître les points de construction utiles.

b. En déduire à partir de combien de kilomètres ces frais de déplacement s'élèveront au moins à 60 eurologo.

3. Résoudre par le calcul l'inéquation $1 + 2\ln(0,04x) \geqslant 3$ et retrouver ainsi le résultat de la question précédente.