∽ Baccalauréat SMS Polynésie juin 2002 ∾

EXERCICE 1 **8 points**

Un laboratoire étudie la croissance d'une souche de bactéries *Acétobacter*.
Il obtient les résultats suivants :

Temps x_i (en heures)	4	5	6	7	8	9
Nombre N_i de bactéries par unité de volume (en milliers)	13,6	21,3	70,9	121,5	383	590

Les points de coordonnées $(x_i\ ;\ N_i)$ ne sont pas alignés.
Le laboratoire décide alors de poser $y_i = \ln(N_i)$.

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous. Donner les valeurs arrondies à 10^{-2} près.

Temps x_i (en heures)	4	5	6	7	8	9
Nombre N_i de bactéries par unité de volume (en milliers)	13,6	21,3	70,9	121,5	383	590
$y_i = \ln(N_i)$	2,61			4,80		

2. Représenter le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$; on prendra pour unités :
   2 cm en abscisse pour 1 heure, 2 cm en ordonnée pour 1 unité.
   De plus, on graduera l'axe des abscisses à partir de 3.
3. **a.** Déterminer les coordonnées du point moyen G_1 des trois premiers points du nuage, puis les coordonnées du point moyen G_2 des trois derniers points du nuage.
   b. Placer G_1 et G_2 sur le graphique, puis tracer la droite (G_1G_2).
   c. Montrer que l'équation réduite de la droite (G_1G_2) est : $y = 0,8x - 0,69$.
4. **a.** Donner une valeur approchée à 10^2 près de $\ln(100)$.
   b. À l'aide de cette valeur, déterminer graphiquement le temps nécessaire à l'obtention de 100 000 bactéries par unité de volume (on fera apparaître les constructions utiles).

PROBLÈME **12 points**

Une population atteinte d'une maladie M est soignée à l'aide d'un nouveau médicament.
x désigne le nombre de semaines de traitement. On suppose que x décrit l'intervalle $[0\,;\,10]$.
La probabilité qu'une personne choisie au hasard dans cette population soit toujours malade après x semaines de traitement est donnée par :

$$p(x) = (0,5x + 1)\mathrm{e}^{-0,5x}.$$

Partie A

1. p' désigne la dérivée de p sur $[0\,;\,10]$. Calculer $p'(x)$ et montrer que :

$$p'(x) = -0,25x\mathrm{e}^{-0,5x}.$$

2. Étudier le signe de $p'(x)$ sur $[0\,;\,10]$ et dresser le tableau de variations de la fonction p.
3. Recopier et compléter le tableau suivant en arrondissant les résultats à 10^{-2} près.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$p(x)$							0,20				

4. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction p dans un repère orthogonal en prenant pour unités graphiques :

- 1 cm pour une unité sur l'axe des abscisses ;
- 10 cm pour une unité sur l'axe des ordonnées.

Partie B

On pourra utiliser les résultats de la **partie A**.

1. Peut-on affirmer qu'avant le début du traitement toutes les personnes étaient atteintes de la maladie M ?
Justifier la réponse.

2. Déterminer graphiquement le nombre de semaines de traitement pour que la probabilité pour une personne choisie au hasard d'être encore malade, soit inférieure ou égale à $\frac{1}{4}$ (on fera apparaître les constructions utiles).

3. Quelle est la probabilité qu'une personne choisie au hasard dans cette population ne soit plus malade après trois semaines de traitement ?

4. La population étudiée comprend mille personnes. Quel est le nombre de personnes qu'on peut estimer encore atteintes de la maladie M après six semaines de traitement ?