∽ Baccalauréat SMS Polynésie juin 1999 ∾

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.

Exercice **8 points**

Dans une entreprise pharmaceutique de dimension européenne, une étude statistique a montré que sur 10 000 clients de la communauté européenne, 82 % sont français.
On sait aussi que 4 % des clients français et 10 % des clients étrangers ont eu un incident de paiement dans l'année.

1. Compléter, après l'avoir reproduit, le tableau suivant où les pourcentages ci-dessus sont respectés.

	Nombre de clients français	Nombre de clients étrangers	TOTAL
Nombre de clients ayant eu un incident de paiement			
Nombre de clients n'ayant pas eu d'incident de paiement			
TOTAL			10 000

2. On choisit un client au hasard parmi les 10 000.
On est en situation d'équiprobabilité.
On considère les évènements suivants :
F : « Le client choisi est français ».
I : « Le client choisi a eu un incident de paiement ».

a. Définir par une phrase les évènements $\overline{F}$, $\overline{I}$ et $\overline{F} \cup \overline{I}$.

b. Calculer les probabilités des évènements suivants : F, $\overline{F}$, $F \cap I$, $F \cup I$.

c. Calculer la probabilité de l'évènement :
« Le client choisi est un étranger qui n'a pas eu d'incident de paiement ».

3. On choisit un client au hasard parmi ceux ayant eu un incident de paiement.
Déterminer à 10^{-2} près par défaut la probabilité que le client soit français.

Problème **12 points**

Partie A : Étude d'une fonction

On considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle I = [0 ; 4] par :

$$f(x) = \frac{1}{2}x + \mathrm{e}^{\left(-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right)},$$

et sa courbe représentative C dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 5 cm.

1. **a.** Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f.

b. Résoudre sur l'intervalle I l'inéquation :

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{2}e^{\left(-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}\right)} \geqslant 0.$$

En déduire le signe de $f'(x)$ sur I.

c. Établir le tableau de variations de la fonction f.

2. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (valeur décimale approchée à 10^{-2} près par défaut).

x	0	1	2	3	4
$f(x)$			1,60		

3. Tracer la courbe C dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

Partie B : Application

On admet que le fonction f de la **partie A** représente le prix de revient des composants électroniques fabriqués par l'entreprise RAMSA : x étant le nombre de centaines de composants électroniques fabriqués, leur prix de revient, en milliers de francs, est exprimé par $f(x)$.
D'autre part on désigne par $p(x)$, en milliers de francs, le prix de vente de ces composants électroniques. Un composant étant vendu 6 F pièce, on a donc :

$$p(x) = 0,6x.$$

1. Tracer sur le graphique de la **partie A** la droite D représentant la fonction p.

2. On appelle H le point d'intersection de la droite D et de la courbe C. À partir du graphique, déterminer un encadrement à 10^{-1} près de l'abscisse x_H du point H.

3. On appelle $g(x)$ la différence entre le prix de vente des composants et leur prix de revient (en milliers de francs).
Justifier que la solution de l'équation $g(x) = 0$ est l'abscisse du point H.

4. **a.** Vérifier que

$$g(x) = 0,1x - \mathrm{e}^{\left(-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}\right)}.$$

b. Donner les valeurs approchées à 10^{-4} près par défaut de $g(3,24)$ et $g(3,25)$.

c. En déduire la quantité minimale de composants électroniques qui doit être vendue pour que l'entreprise fasse des bénéfices, c'est-à-dire pour que $g(x)$ soit positif.