

∞ Baccalauréat SMS Polynésie septembre 1999 ∞

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.

EXERCICE

10 points

Lors de travaux pratiques de chimie, on décide d'étudier le pH de mélanges d'acide et de base conjugués : l'acide acétique et l'acétate de sodium.

Voici le déroulement de l'expérience : on prépare différents mélanges d'une solution d'acide acétique avec une solution d'acétate de sodium.

On appelle V_A le volume d'acide acétique et V_S le volume d'acétate de sodium mélangés. On mesure le pH de chaque mélange obtenu et on peut ainsi établir le tableau de valeurs suivants :

$x_i = \ln\left(\frac{V_S}{V_A}\right)$	-2,30	-1,84	-1,38	-0,92	0
$y_i = \text{pH}$	3,70	3,90	4,10	4,29	4,70
$x_i = \ln\left(\frac{V_S}{V_A}\right)$	0,69	1,15	1,61	2,07	2,30
$y_i = \text{pH}$	4,99	5,19	5,40	5,60	5,71

Le but de cette expérience est de mettre en évidence une relation entre le pH de la solution et le nombre $\ln\left(\frac{V_S}{V_A}\right)$.

1. Placer les points M_i de coordonnées $(x_i ; y_i)$ dans un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) , d'unité graphique 4 cm.
2.
 - a. Calculer les coordonnées du point G_1 point moyen des cinq premiers points et de G_2 point moyen des cinq derniers.
 - b. Placer les points G_1 et G_2 sur votre graphique. Tracer la droite (G_1G_2) .
 - c. Déterminer l'équation de la droite (G_1G_2) de la forme $y = mx + p$, où m et p seront déterminés à 10^{-2} près par défaut.
3. On admet que la droite (G_1G_2) constitue un ajustement affine satisfaisant du nuage de point M_i .
 - a. Déterminer par le calcul le pH de la solution lorsque $\ln\left(\frac{V_S}{V_A}\right) = -0,5$.
 - b. Retrouver graphiquement ce résultat en faisant apparaître les constructions utiles, et en expliquant les démarches.
4. Calculer, à 10^{-2} près par défaut, le rapport de volumes $\left(\frac{V_S}{V_A}\right)$ du mélange si le pH est de 5,5.

EXERCICE

10 points

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[2 ; 14]$ par

$$f(t) = 1,3e^{-0,3t}.$$

On notera \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unités graphiques :

- 1 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses;
 - 20 cm pour 1 unité sur l'axe des ordonnées.
1. On note f' la dérivée de f . Calculer $f'(t)$.
 2. Étudier le signe de $f'(t)$; en déduire les variations de f .
 3. Résoudre sur l'intervalle $[2; 14]$ l'équation : $f(t) = \frac{1}{2}f(2)$.
 4. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (on valeurs décimales approchées à 10^{-2} près par défaut).

t	2	4	6	8	10	12	14
$f(t)$							

5. Tracer la courbe \mathcal{C}_f

Partie B

Une personne dont les rappels antitétaniques ne sont pas à jour se blesse sur une clôture rouillée. Le médecin procède alors à l'injection d'un sérum antitétanique suivi de l'injection d'un vaccin antitétanique.

À partir du 2^e jour suivant l'injection, et cela jusqu'au 4^e jour, on mesure le taux des antitoxines sériques présentes dans le plasma de la personne. On admet que ce taux est donné, en fonction du nombre de jours, par la fonction étudiée dans la partie A.

1. En utilisant le graphique, donner le taux des antitoxines présentes dans le plasma le 7^e jour.
2. On veut déterminer au bout de combien de jours le taux mesuré est inférieur à la moitié de celui mesuré le 2^e jour.
 - a. Donner une réponse en utilisant une méthode graphique (faire figurer sur le graphique les constructions utiles).
 - b. Expliquer le résultat précédent à l'aide d'un calcul fait dans la partie A.