

☞ Baccalauréat ST2S Antilles–Guyane juin 2013 ☞

EXERCICE 1

6 points

Le tableau ci-dessous donne le nombre d'abonnements au service de téléphonie mobile en France entre fin 2001 et fin 2009, exprimé en millions.

| Année | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 |
|----------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Rang x_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Nombre d'abonnements y_i | 37 | 38,6 | 41,7 | 44,5 | 48,1 | 51,7 | 55,3 | 58 | 61,5 |

source : Eurostat

On définit ainsi une série statistique $(x_i ; y_i)$ pour i allant de 1 à 9.

1. a. Sur la feuille de papier millimétré fournie, représenter le nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ dans un repère orthogonal.

On choisira :

- 1 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses,
- 1 cm pour 2 unités sur l'axe des ordonnées, (commencer à graduer l'axe des ordonnées à 34)

- b. Expliquer pourquoi un ajustement affine de ce nuage est envisageable.

- c. Calculer les coordonnées, à 0,1 près, du point moyen G du nuage puis placer G sur le graphique précédent.

Dans la suite de l'exercice, deux méthodes différentes de modélisation seront utilisées.

2. Méthode graphique

- a. Sans effectuer de calcul, tracer une droite passant par le point G qui réalise un ajustement affine du nuage de points.

- b. Estimer, au million d'abonnements près, à l'aide du graphique, le nombre d'abonnements au service de téléphonie mobile en France fin 2012. La réponse sera donnée sur la copie.

3. Méthode algébrique

On admet dans cette partie que la droite d'équation : $y = 3,2x + 32,5$ réalise un bon ajustement de ce nuage.

- a. Vérifier, par le calcul, que cette droite passe par le point G.

- b. Estimer, à 0,1 million d'abonnements près, par le calcul, le nombre d'abonnements au service de téléphonie mobile en France fin 2012.

- c. Les dernières données disponibles indiquent qu'il y a 70,4 millions d'abonnements au service de téléphonie mobile en France en juin 2012. L'estimation obtenue à la question b. vous paraît-elle surestimer ou sous-estimer la réalité?

EXERCICE 2

7 points

Partie A

Dans cette partie, les résultats seront exprimés en pourcentage et arrondis à 0,1 % près.

1. En France, les 4 premiers groupes iso-ressources (GIR 1 à 4) de la grille nationale AGGIR ouvrent droit à l'allocation personnalisée d'autonomie (APA).

Fin 2010, 1 200 milliers de personnes âgées dépendantes ont bénéficié de l'APA dont 734 milliers ont directement perçu l'APA à domicile.

Voici le tableau donnant, en milliers de personnes, le nombre de bénéficiaires de l'APA selon le degré de dépendance de la personne :

| | Au 31 décembre 2010 | | |
|----------|---------------------|-------------------|-------|
| | À domicile | En établissements | Total |
| GIR1 | 19 | 86 | 105 |
| GIR2 | 131 | 191 | 322 |
| GIR3 | 159 | 79 | 238 |
| GIR4 | 425 | 110 | 535 |
| Ensemble | 734 | 466 | 1 200 |

Source : Drees, enquête trimestrielle auprès des conseils généraux

- Quelle est, en pourcentage, la proportion des bénéficiaires de l'APA qui ont perçu cette allocation directement à domicile? Arrondir le résultat à 0,1 % près.
 - Parmi les personnes bénéficiant de l'APA en établissement, quelle est, en pourcentage, la proportion de celles relevant du GIR2? On arrondira le résultat à 0,1 % près.
2. En 2009, 718 milliers de personnes ont bénéficié de l'APA à domicile. Calculer le taux d'évolution du nombre de bénéficiaires de l'APA à domicile entre 2009 et 2010. On exprimera ce taux en pourcentage, arrondi à 0,1 % près.

Partie B

On note u_0 le nombre de milliers de personnes bénéficiant de l'APA à domicile à la fin de l'année 2010, et u_n le nombre de milliers de personnes bénéficiant de l'APA à domicile à la fin de l'année $(2010 + n)$. Ainsi, $u_0 = 734$. On admet que le nombre de bénéficiaires de l'APA à domicile augmente de 2,2 % chaque année à partir de 2010.

On utilise un tableur pour calculer des termes de la suite (u_n) :

| | A | B | C | D |
|-----|--------|-----|-------|---|
| 1 | Années | n | u_n | |
| 2 | 2010 | 0 | 734 | |
| 3 | 2011 | 1 | | |
| 4 | 2012 | 2 | | |
| 5 | 2013 | 3 | | |
| ... | ... | ... | | |

- Calculer u_1 . Donner une valeur approchée à l'unité près.
- Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser sa raison.
- Quatre formules à saisir dans la cellule C3, puis à recopier vers le bas pour afficher les valeurs de u_n , sont proposées :

Une seule est exacte. Indiquer cette formule sur votre copie.

- Exprimer u_n en fonction de n , pour tout entier naturel n .
- Quel nombre de personnes bénéficiant de l'APA à domicile peut-on prévoir pour la fin de l'année 2020?

Donner la réponse au millier de personnes près.

- Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Si la progression reste la même, à partir de la fin de quelle année le nombre de personnes bénéficiant de l'APA à domicile dépassera-t-il un million?

EXERCICE 3**7 points**

Un laboratoire pharmaceutique fabrique et commercialise un vaccin. Sa capacité de production, sur une semaine, lui permet de réaliser entre 0 et 18 litres de ce produit. On note $B(x)$ le bénéfice hebdomadaire (en euros) réalisé par le laboratoire pour une production d'un volume x de vaccin exprimé en litres. On appelle B la fonction définie pour tout x de l'intervalle $[0; 18]$ qui à x associe $B(x)$. La courbe représentative de la fonction B est donnée en annexe.

Partie A : Lecture graphique

1. Déterminer à l'aide du graphique le(s) volume(s) hebdomadaire(s) nécessaire(s) pour que le bénéfice hebdomadaire soit égal à 400 euros. On donnera la réponse sur la copie.
2. Déterminer à l'aide du graphique pour quels volumes hebdomadaires produits, le laboratoire est bénéficiaire. On donnera la réponse sur la copie.

Partie B : Étude du bénéfice hebdomadaire

On admet que B est la fonction définie pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0; 18]$ par :

$$B(x) = -x^3 + 6x^2 + 180x - 184.$$

On notera B' la fonction dérivée de la fonction B .

1.
 - a. Déterminer pour tout x appartenant à l'intervalle $[0; 18]$, l'expression de $B'(x)$.
 - b. Vérifier que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[0; 18]$,
 $B'(x) = (-3x + 30)(x + 6)$.
 - c. Étudier le signe de $B'(x)$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[0; 18]$.
 - d. En déduire le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[0; 18]$.
2. Déterminer le volume hebdomadaire à produire pour obtenir un bénéfice maximal. Quel est le montant, en euros, du bénéfice hebdomadaire maximal?

ANNEXE
(à rendre avec la copie)

