Durée : 2 heures

Baccalauréat ST2S Métropole–La Réunion
6 septembre 2018

EXERCICE 1 **6 points**

La loi de financement de la Sécurité sociale comprend un objectif national de dépenses d'assurance maladie, qui est voté chaque année par le Parlement.

Le montant des dépenses d'assurance maladie a été évalué pour l'année 2016 à 185,2 milliards d'euros. Le Parlement a voté une croissance de ces dépenses de 2,1 % pour l'année 2017.

1. Montrer que le montant des dépenses d'assurance maladie voté pour l'année 2017 est de 189,1 milliards d'euros (à cent millions près). Pour estimer les montants des années suivantes, on suppose que le Parlement votera chaque année une augmentation de 2,1 % de ces dépenses.

   On modélise à l'aide d'une suite (v_n) le montant, en milliards d'euros, des dépenses d'assurance maladie voté chaque année. On note v_0 le montant voté pour l'année 2016 et v_n le montant voté pour l'année $(2016+n)$, où n est un entier positif ou nul.

   On a ainsi $v_0 = 185,2$.

   On veut utiliser la feuille de calcul automatisé ci-contre afin d'obtenir les valeurs successives de la suite (v_n).

	A	B
1	n	v_n
2	0	185,2
3	1	189,1
4	2	
5	3	

2. Quelle formule peut-on entrer dans la cellule B3 de sorte que, recopiée vers le bas, elle permette d'afficher les valeurs de la suite (v_n) ?
3. Indiquer sans justification la nature de la suite (v_n). Donner la valeur de sa raison.
4. Exprimer v_n en fonction de n.
5. Déterminer une estimation du montant des dépenses d'assurance maladie voté par le Parlement pour l'année 2020. (Arrondir la valeur à la centaine de millions.)
6. Résoudre, dans l'ensemble des nombres réels, l'inéquation $185,2 \times 1,021^x \geqslant 210$.
7. Déterminer, suivant ce modèle, l'année pour laquelle sera voté, pour la première fois, un montant de dépenses d'assurance maladie supérieur à 210 milliards d'euros.

EXERCICE 2 **8 points**

Un laboratoire prévoit de commercialiser un nouveau capteur destiné à améliorer le suivi en continu de la glycémie des diabétiques.

Ce laboratoire a demandé à un service hospitalier de proposer ce capteur à plusieurs patients afin de déterminer son influence sur l'équilibre du diabète.
Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A : *Influence du capteur*

À la fin de l'évaluation par le service hospitalier, l'étude de l'ensemble des dossiers des patients diabétiques a permis d'établir que :

- 65 % des patients ont un diabète équilibré ;
- parmi les patients qui ont un diabète équilibré, 26 % étaient équipés du capteur de glycémie en continu ;
- parmi les patients qui ont un diabète déséquilibré, 12 % étaient équipés du capteur de glycémie en continu.

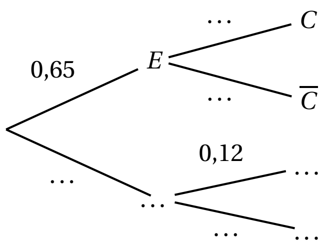
On choisit au hasard le dossier d'un patient et on considère les évènements suivants :

- E : « le dossier est celui d'un patient dont le diabète est équilibré » ;
- $\overline{E}$: « le dossier est celui d'un patient dont le diabète est déséquilibré » ;
- C : « le dossier est celui d'un patient équipé du capteur de glycémie en continu » ;
- $\overline{C}$: « le dossier est celui d'un patient non équipé du capteur de glycémie en continu ».

1. Déterminer la probabilité de l'évènement E, notée $p(E)$.

2. Déterminer la probabilité de $P_E(C)$, probabilité de C sachant E.

3. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant :



4. Les résultats seront arrondis au millième.

a. Décrire par une phrase l'évènement $E \cap C$. Calculer la probabilité de cet évènement.

b. Montrer que la valeur de $P(C)$ est égale à $0,211$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

c. En déduire la probabilité que le dossier choisi soit celui d'un patient dont le diabète est équilibré sachant que celui-ci est équipé du capteur de glycémie en continu.

5. L'objectif du laboratoire est que son capteur permette de diviser par deux la probabilité d'avoir un diabète déséquilibré.

On admet que la probabilité qu'un patient non équipé d'un capteur de glycémie en continu présente un diabète déséquilibré est environ égale à 39 %.

Peut-on considérer que l'objectif du laboratoire est atteint ?

Partie B : *Fiabilité du capteur*

Un service hospitalier reçoit six capteurs de glycémie en continu dont il souhaite vérifier la fiabilité. Il en équipe six patients. Pour chacun d'eux, il effectue un test sanguin qui permet de mesurer le pourcentage x d'hémoglobine exposée au glucose.

Ce pourcentage x est comparé à la moyenne y des glycémies mesurées, en mmol·L $^{-1}$, par le capteur au cours des trois mois d'étude. Dans la suite du problème, le nombre y est appelé glycémie moyenne du capteur.

Les résultats sont regroupés dans le tableau suivant :

Patients	Patient A	Patient B	Patient C	Patient D	Patient E	Patient F
Valeur du test sanguin (en %) : x	6,4	7,8	9,3	6,9	7,3	8,3
Glycémie moyenne du capteur (en mmol · L^{-1}) : y	7,6	9,8	11,1	8,2	9,2	10,7

La notice technique du capteur indique que, lorsque le capteur est fiable, les mesures obtenues sont liées par la relation :

$$y = 1,6x - 2,6.$$

1. D'après la relation précédente, quelle devrait être la glycémie moyenne d'un capteur fiable si le test sanguin donne une valeur x égale à 8 ?

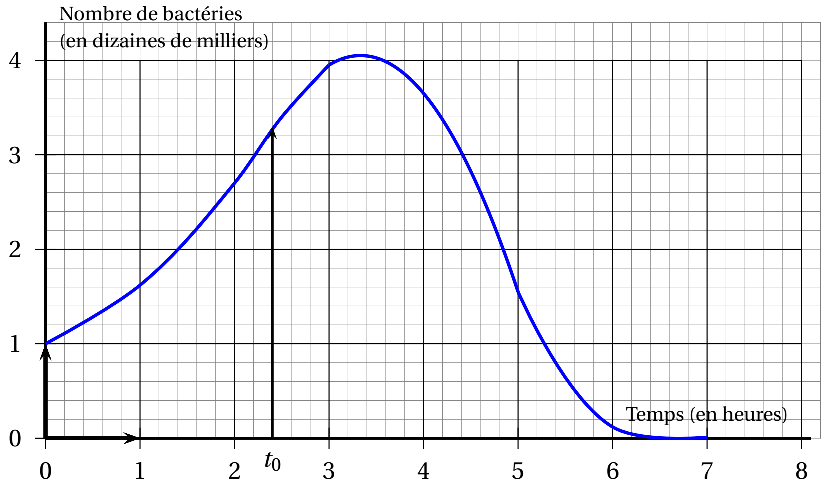
2. Tracer dans le repère fourni en annexe (à remettre avec la copie) la droite d'équation : $y = 1,6x - 2,6$. On précisera les coordonnées des points utilisés.
3. **a.** Placer, dans le repère fourni en annexe, les points qui correspondent aux 6 patients.

   b. Au vu de ces résultats, le service hospitalier pense que l'un des capteurs n'a pas permis d'obtenir des résultats fiables. Quel patient est concerné par ce problème ?

EXERCICE 3 **6 points**

Dans un milieu de culture, une population bactérienne évolue en fonction du temps t exprimé en heures. À l'instant $t = 0$, il y a 10 000 bactéries dans la culture. À l'instant t_0, on y introduit un puissant antibiotique.

Le graphique ci-dessous donne l'évolution du nombre de bactéries (exprimé en dizaines de milliers) en fonction du temps t (en heures).



Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A : Étude graphique

1. Remettre les cinq phrases qui suivent dans le bon ordre afin qu'elles décrivent les étapes successives de l'évolution au cours du temps du nombre de bactéries observées sur le graphique précédent.

   La réponse sera donnée sous la forme d'une suite de cinq lettres, par exemple « **a-d-b-c-e** ».

   a. Le nombre de bactéries augmente de moins en moins vite.

   b. Le nombre de bactéries diminue de moins en moins vite.

   c. Le nombre de bactéries diminue de plus en plus vite.

   d. Le nombre de bactéries augmente de plus en plus vite.

   e. On introduit la dose d'antibiotique.
2. Déterminer, avec la précision permise par le graphique (tracer les pointillés nécessaires à la lecture) :

   a. une estimation du nombre de bactéries au moment de l'introduction de l'antibiotique ;

   b. une estimation du nombre maximum de bactéries obtenu dans ce milieu de culture ;

   c. une estimation de l'instant à partir duquel le nombre de bactéries est inférieur à 5 000.

Partie B : Détermination du nombre maximal de bactéries

Entre 3 h et 5 h après le début de l'étude, le nombre de bactéries (exprimé en dizaines de milliers), est donné en fonction de t (en heures) par :

$$f(t) = -0,9t^2 + 6t - 5,95.$$

1. Calculer l'image de $4,5$ par la fonction f. Interpréter le résultat obtenu.
2. Calculer $f'(t)$ pour t appartenant à $[3\,;\,5]$ où f' désigne la fonction dérivée de f.
3. Résoudre l'inéquation $f'(t) > 0$ dans l'intervalle $[3\,;\,5]$.

   En déduire que f admet un maximum sur $[3\,;\,5]$ atteint pour $t = \dfrac{10}{3} = \dfrac{6}{1,8}$.
4. L'introduction de l'antibiotique a-t-elle permis d'éviter que le nombre de bactéries n'atteigne 40 000 ? Justifier.

Annexe à remettre avec la copie

Exercice 2 - Partie B