

Baccalauréat ST2S Nouvelle-Calédonie 10 novembre 2011

EXERCICE 1

6 points

Un laboratoire propose un test de dépistage d'une certaine maladie. Ce test présente les caractéristiques suivantes :

- la probabilité qu'une personne atteinte de cette maladie ait un test positif est de 0,97;
- la probabilité qu'une personne non atteinte de cette maladie ait un test négatif est de 0,99.

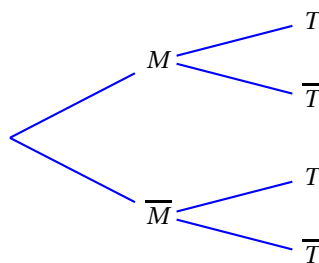
On souhaite procéder à un dépistage systématique dans une population donnée, au sein de laquelle s'est déclenchée une épidémie.

On admet que la proportion de personnes atteintes de la maladie dans cette population est 4%. On choisit une personne au hasard et on note :

- M l'évènement : « la personne choisie est atteinte de la maladie »;
- T l'évènement : « la personne choisie a un test positif »;
- \overline{M} et \overline{T} les évènements contraires respectifs des évènements M et T .

1. Dans cette question, aucune justification n'est demandée.

Donner les valeurs respectives des probabilités $p(M)$, $p_M(T)$ et $p_{\overline{M}}(\overline{T})$, puis recopier sur la copie et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous.



2. Définir par une phrase l'évènement $M \cap T$, puis calculer sa probabilité.

3. On admet que le résultat du test est correct s'il est conforme à l'état de santé de la personne soumise au dépistage.

Justifier soigneusement l'affirmation suivante : « la probabilité que le résultat du test soit correct est égale à 0,9892 ».

4. Dans cette question, on arrondira le résultat à 10^{-4} près.

On appelle valeur prédictive d'un test de dépistage la probabilité qu'une personne présentant un test positif soit atteinte de la maladie.

- a. Calculer $p(T)$.
- b. En déduire la valeur prédictive de ce test.

EXERCICE 2

7 points

Une maladie est apparue dans un pays au cours de l'année 2007 ; 397 cas ont été enregistrés au cours de cette année-là.

On a reproduit ci-dessous une feuille de calcul, réalisée sur un tableur, dans laquelle figurent des informations sur l'évolution du nombre de nouveaux cas diagnostiqués pour la période 2007-2010.

	A	B	C	D	E
1	Année	2007	2008	2009	2010
2	Nombre de nouveaux cas	397	429	463	500
3	Taux d'évolution annuel (à 0,01 % près)		8,06 %	7,93 %	7,99 %

Les cellules de la ligne 3 sont au format pourcentage.

1. Combien de nouveaux cas a-t-on recensés entre le 1^{er} janvier 2007 et le 31 décembre 2010?
2. Quelle formule, entrée en C3 puis recopiée vers la droite jusqu'en E3, a permis d'obtenir les valeurs figurant dans la ligne 3 du tableau?
Dans la suite, on considère que, dans l'attente d'un traitement ou d'un vaccin, le nombre de nouveaux cas va continuer à augmenter de 8% par an. On note u_0 le nombre de nouveaux cas en 2010, n le nombre d'années écoulées depuis 2010 et u_n le nombre de nouveaux cas au cours de l'année $(2010 + n)$.
3. Préciser la nature, le premier terme et la raison de la suite (u_n) , puis exprimer u_n en fonction de n .
4. Quelle estimation du nombre (arrondi à l'unité) de nouveaux cas peut-on faire pour l'année 2020 si la progression se poursuit au même rythme?
5. a. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $1,08^x \geq 3$.
b. En quelle année peut-on estimer que le nombre de nouveaux cas dépassera 1 500?

Toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même infructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

6. a. Calculer $\sum_{n=1}^{11} u_n = u_1 + u_2 + \dots + u_{11}$ (voir formulaire ci-après).
b. En déduire une estimation du nombre total (arrondi à l'unité) de personnes qui auront contracté la maladie au cours des quinze années suivant son apparition (c'est-à-dire des années 2007 à 2021).

Formulaire :

La somme de p termes consécutifs d'une suite géométrique (u_n) , de raison q différente de 1, se calcule de la manière suivante :

$$\sum_{n=1}^p u_n = u_1 + u_2 + \dots + u_p = u_1 \times \frac{1 - q^p}{1 - q}$$

EXERCICE 3

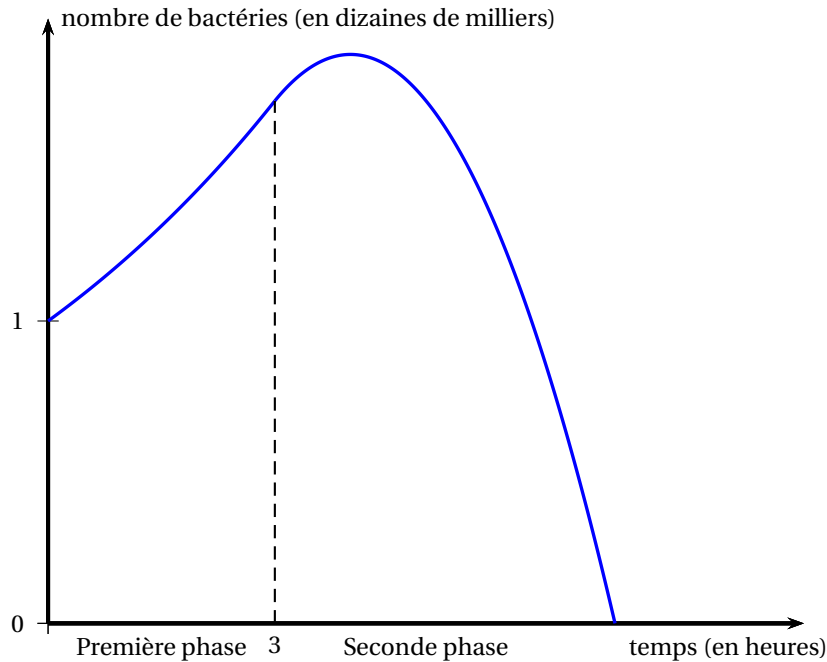
7 points

Dans un milieu de culture, une population bactérienne évolue en fonction du temps.

Au début de l'étude, il y a 10 000 bactéries dans la culture. Au bout de 3 heures, on y introduit un puissant antibiotique.

Dans tout l'exercice, t désigne le temps (exprimé en heures) écoulé depuis le début de l'étude.

Le graphique ci-dessous donne l'évolution du nombre de bactéries (exprimé en dizaines de milliers) en fonction de t .



Partie A : étude de la première phase - avant introduction de l'antibiotique

Au cours de la première phase, le nombre de bactéries (exprimé en dizaines de milliers), est donné en fonction de t par :

$$f(t) = 1,2^t.$$

1. Donner, en justifiant, le sens de variation de f sur l'intervalle $[0; 3]$.
2. Déterminer par le calcul le nombre de bactéries présentes dans la culture au bout d'une heure et demie, puis au bout de trois heures.
Les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

Partie B : étude de la seconde phase - après introduction de l'antibiotique

Après introduction de l'antibiotique, et tant qu'il reste des bactéries dans la culture, le nombre de celles-ci (exprimé en dizaines de milliers), est donné en fonction de t par :

$$g(t) = -0,1536t^2 + 1,2288t - 0,576.$$

1. Calculer l'image de 7,5 par la fonction g puis interpréter le résultat obtenu.
2. Calculer $g'(t)$ pour t appartenant à $[3; 7,5]$, où g' désigne la fonction dérivée de g .
3. Résoudre l'inéquation $g'(t) \geq 0$ dans l'intervalle $[3; 7,5]$.
En déduire les variations de g sur $[3; 7,5]$.
4. Que se passe-t-il au cours de la première heure suivant l'introduction de l'antibiotique?
Et au cours des trois heures et demie suivantes?
5. L'introduction de l'antibiotique a-t-elle permis d'éviter que le nombre de bactéries n'atteigne 20 000? Justifier.