∽ Baccalauréat ST2S Nouvelle-Calédonie 28 novembre 2017 ∾

EXERCICE 1 **6 points**

Un test de dépistage d'une maladie a été élaboré par une entreprise pharmaceutique. Pour étudier sa fiabilité, on soumet à ce test une population comportant des personnes malades et des personnes saines.
On sait que dans la population testée :

— la proportion de personnes malades est de 85 % ;

— parmi les personnes malades, 95 % ont un test positif ;

— parmi les personnes saines, 75 % ont un test négatif.

On choisit au hasard une personne dans la population testée ; on admet que chaque personne a la même probabilité d'être choisie.
On note :

— M l'évènement : « la personne est malade » ;

— T l'évènement : « le test est positif fg.

Dans cet exercice, la probabilité d'un évènement E est notée $p(E)$; la probabilité de l'évènement E sachant que l'évènement F est réalisé est notée $P_F(E)$; l'évènement contraire d'un évènement E est noté $\overline{E}$.

1. Interpréter les données de l'énoncé pour déterminer les probabilités $p(M)$, $P_M(T)$ et $p\overline{M}\left(\overline{T}\right)$.
2. Traduire la situation par un arbre pondéré de probabilités.
3. **a.** Exprimer par une phrase l'évènement $M \cap T$.

   b. Calculer la probabilité $p(M \cap T)$. En donner la valeur exacte.
4. Montrer que $p(T) = 0,845$.
5. On considère que le test de dépistage est fiable lorsque la probabilité qu'une personne soit malade sachant que son test est positif est supérieure ou égale à 0,95.
   Le test est-il fiable ?

EXERCICE 2 **6 points**

Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille de tableur, donne l'évolution de 2010 à 2016 du nombre de naissances dans une commune rurale.
La ligne 4 est au format pourcentage.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
2	Rang de l'année (x_i)	0	1	2	3	4	5	6
3	Nombre de naissances (y_i)	231	220	212	201	191	185	181
4	Taux d'évolution entre 2 années consécutives (en %)							

Il n'est pas demandé de compléter le tableau.

1. Calculer le taux d'évolution du nombre de naissances entre les années 2010 et 2011.
   Donner le résultat en pourcentage, arrondi à 0,01 %.
2. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule C4 pour calculer ce taux d'évolution et pour obtenir les autres taux d'évolution annuels en recopiant la formule vers la droite ?
3. Dans le repère orthogonal fourni **en annexe**, représenter le nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$.

4. **a.** Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points.
   b. Placer le point G dans le repère précédent.
5. On suppose que la droite (D) d'équation $y = -9x + 230$ réalise un ajustement affine du nuage de points. On suppose que cet ajustement est valable jusqu'en 2020.
   Montrer que le point G appartient à la droite (D) et tracer cette droite. On expliquera la construction de la droite.
6. Déterminer graphiquement une estimation du nombre de naissances en 2017. Laisser apparents les traits de construction et indiquer la valeur ainsi déterminée sur la copie.
7. Déterminer une estimation de l'année au cours de laquelle le nombre de naissances passera sous le seuil des 160 naissances. Expliquer la démarche.

EXERCICE 3 **8 points**

Un laboratoire pharmaceutique veut fabriquer un antibiotique contre les pneumonies bactériennes. Dans un premier temps, le laboratoire étudie l'évolution de la masse d'une colonie de bactéries. Dans un second temps le laboratoire teste l'efficacité de son antibiotique.

Partie A

Dans cette partie, le laboratoire étudie l'évolution de la masse d'une colonie de bactéries au cours du temps dans un milieu spécifique. On suppose que ce milieu est tel que la masse de la colonie augmente de 20 % par heure.
Au début de l'expérience, la masse de la colonie présente dans le milieu est égale à 10 mg.
Dans cette partie, on suppose que l'évolution de la masse de la colonie, exprimée en mg, est modélisée par une suite (u_n) où n représente le nombre d'heures écoulées depuis le début de l'expérience.

1. Calculer la masse de la colonie de bactéries au bout d'une heure d'expérience.
2. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique. On précisera son premier terme u_0 et sa raison.
3. **a.** Donner l'expression de u_n fonction de n.
   b. Calculer la masse de la colonie de bactéries au bout de la 15$^{\text{e}}$ heure d'expérience.
   Donner la valeur arrondie au milligramme.
4. Au bout de combien de temps la masse de la colonie de bactéries présente dans le milieu dépassera-t-elle 500 mg ?

Partie B

Le laboratoire teste l'effet de son antibiotique sur une colonie de bactéries pendant une période de 10 heures. Au début du test, la masse de la colonie est de 500 mg.
Dans cette partie, on modélise l'évolution de la masse de la colonie de bactéries par la fonction M définie sur l'intervalle $[0 ; 10]$ par :

$$M(x) = x^3 - 9x^2 - 48x + 500$$

1. Calculer $M(0)$ et $M(10)$.
2. On note M' la fonction dérivée de la fonction M sur l'intervalle $[0 ; 10]$.
   a. Calculer $M'(x)$.
   b. Vérifier que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[0 ; 10]$, $M'(x) = (3x + 6)(x - 8)$.
3. **a.** Dresser le tableau de signe de $M'(x)$ sur l'intervalle $[0 ; 10]$.
   b. En déduire le tableau de variation de la fonction M sur l'intervalle $[0 ; 10]$.
4. Quelle est la valeur du minimum de la fonction M sur l'intervalle $[0 ; 10]$?
5. L'antibiotique est dit efficace s'il parvient, au cours du test, à diviser par cinq la masse initiale de la colonie. L'antibiotique est-il efficace ? Justifier la réponse.

ANNEXE
À rendre avec la copie

EXERCICE 2