

Durée : 2 heures

∞ Baccalauréat ST2S Métropole–La Réunion 7 septembre 2015 ∞

EXERCICE 1

8 points

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

Partie A

Depuis 1997, le Conseil européen a adopté une directive concernant l'évaluation et la gestion de la qualité de l'air ambiant en agglomération. Pour cela, on calcule la moyenne annuelle des concentrations en particules fines en suspension dans l'air, à partir de mesures effectuées régulièrement. Le tableau ci-dessous indique les concentrations annuelles moyennes en particules fines dans les grandes agglomérations belges, exprimées en micro grammes par mètre cube d'air ($\mu\text{g} \cdot \text{m}^{-3}$).

Année	2001	2002	203	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6	7
Concentration annuelle moyenne (en $\mu\text{g} \cdot \text{m}^{-3}$) en particules fines : y_i	40	35	34	33	34	33	35
Année	2008	2009	2010	2011	2012	2013	
Rang de l'année : x_i	8	9	10	11	12	13	
Concentration annuelle moyenne (en $\mu\text{g} \cdot \text{m}^{-3}$) en particules fines : y_i	31	30	31	26	26	28	

(source : modifié d'après Eurostat)

Afin d'effectuer des prévisions pour les années futures, les services sanitaires décident de conduire une étude statistique de ces données.

Dans l'annexe 1 à remettre avec la copie, on a représenté dans un repère orthogonal du plan le nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ associé à ce tableau.

- Calculer les coordonnées du point moyen G de ce nuage et le placer dans le repère de l'annexe 1.
- On donne le point A(11 ; 28).
Montrer que l'équation réduite de la droite (AG) s'écrit : $y = -x + 39$.
Tracer la droite (AG) sur le graphique donné en annexe 1.
 - En supposant que la droite (AG) réalise un ajustement affine du nuage valide jusqu'en 2020, estimer la concentration annuelle moyenne en particules fines dans l'air des grandes agglomérations belges pour l'année 2015.

Partie B

Ces particules fines peuvent pénétrer profondément dans les poumons et y occasionner des inflammations et une détérioration de la santé des personnes souffrant de maladies pulmonaires ou cardiaques. Par précaution, le Conseil européen a fixé à 40 microgrammes par mètre cube la valeur limite maximale de la concentration annuelle moyenne en particules fines dans l'air.

Afin de respecter cette norme, on a calculé les concentrations annuelles moyennes dans l'air en particules fines dans les grandes agglomérations bulgares :

Année	2009	2010	2011	2012	2013
Concentration annuelle moyenne (en $\mu\text{g}\cdot\text{m}^{-3}$) en particules fines : y_i	57	53	55	60	53

(source : modifié d'après Eurostat)

Les services sanitaires bulgares ont mis en place depuis 2013 une série de mesures incitatives pour réduire la concentration annuelle moyenne en particules fines. Ils souhaitent ainsi obtenir une diminution de 3 % par an de cette concentration.

Dans cette partie, les résultats seront arrondis au centième.

- On modélise à l'aide d'une suite (u_n) la diminution souhaitée de 3 % par an de la concentration annuelle moyenne en particules fines dans les grandes agglomérations bulgares.

On pose $u_0 = 53$ et, pour tout entier naturel n non nul, on désigne par u_n la concentration annuelle moyenne souhaitée pour l'année $(2013 + n)$.

- Calculer les concentrations annuelles moyennes en particules fines souhaitées pour les années 2014 et 2015.
 - Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Justifier que la raison est égale à 0,97.
 - Exprimer u_n en fonction de n , pour tout entier naturel n .
 - Selon ce modèle, calculer la concentration annuelle moyenne en particules fines souhaitée pour l'année 2019.
- Résoudre l'inéquation $53 \times 0,97^x \leq 40$.
 - En déduire à partir de quelle année la Bulgarie pourra atteindre la valeur limite fixée par le Conseil européen.

EXERCICE 2

6 points

La Caisse Primaire d'Assurance Maladie (CPAM) réalise une étude sur trois des principales affections de longue durée en répertoriant les patients selon la maladie qu'ils ont contractée et selon leur sexe. Les affections considérées sont : la leucémie lymphoïde, les anomalies de coagulation et les anomalies du tissu conjonctif. On admet qu'un patient étudié ne peut être atteint que d'une seule maladie. L'étude porte sur 65 955 patients, dont 26 703 hommes.

On observe 28 665 patients atteints d'une leucémie lymphoïde, et parmi ceux-ci, 54 % sont des hommes. Par ailleurs, 55 % des patients atteints d'anomalies de coagulation sont des femmes.

- À l'aide des informations précédentes, compléter les cases grisées de la feuille de calcul donnée en annexe 2. (On arrondira les résultats à l'unité).
- On choisit au hasard un patient parmi les 65955 ayant participé à l'étude. On considère les évènements suivants :

L : « Le patient est atteint de leucémie lymphoïde ».

C : « Le patient est atteint d'anomalies de coagulation ».

T : « Le patient est atteint d'anomalies du tissu conjonctif ».

H : « Le patient est un homme », et \bar{H} son évènement contraire.

Dans la suite de cet exercice, les résultats seront arrondis au centième.

- Calculer la probabilité de l'évènement L , puis celle de l'évènement H .

- b. Décrire par une phrase l'évènement $L \cap \overline{H}$, puis calculer sa probabilité.
- c. Calculer la probabilité que le patient soit atteint de leucémie lymphoïde en sachant qu'il s'agit d'un homme.
- d. Parmi les trois formules suivantes, choisir celle à entrer dans la cellule B10 de la feuille de calcul donnée en annexe 2, de sorte que, recopiée vers la droite jusqu'à la cellule D10, elle permette d'afficher les probabilités conditionnelles de chaque affection dans le cas où le patient est un homme :
- A. =B2/E2 B. =B2/\$E\$2 C. =B2/\$B\$4 .

3. On choisit un patient parmi ceux atteints d'anomalies du tissu conjonctif.
Calculer la probabilité que ce patient soit un homme.

EXERCICE 3**6 points**

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

La grue blanche (*grus americana*) est un oiseau d'Amérique du Nord. Suite à une chasse intensive et à la détérioration de son habitat, cette espèce est en voie de disparition. En 1938, le nombre de grues blanches sauvages s'élevait à 15 individus. Depuis 1940, les grues blanches font l'objet de plusieurs programmes de protection.

Partie A

Le nombre de grues blanches sauvages est représenté dans un repère du plan en annexe 3 et à rendre avec la copie, pour les années 1910, 1920, 1928, 1930 et 1938. Une espèce est considérée en « danger critique d'extinction » si sa population a diminué de plus de 80 % sur la période des dix années précédentes.

1. Déterminer graphiquement, avec la précision permise par le graphique et en faisant apparaître les traits de construction nécessaires, le nombre de grues blanches sauvages en 1928.
2. Peut-on considérer que les grues blanches sauvages étaient en « danger critique d'extinction » en 1938?

Partie B

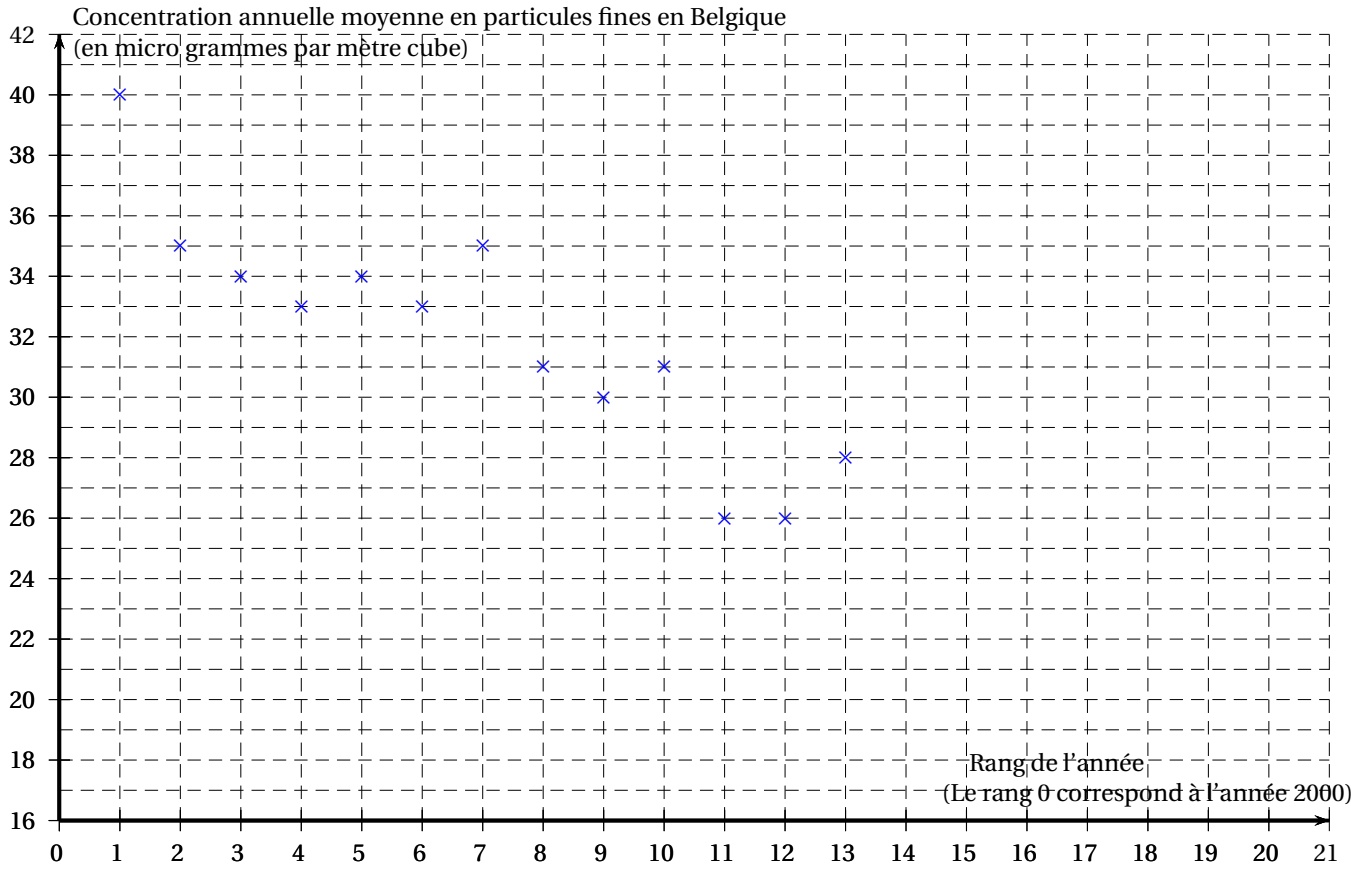
On suppose que l'évolution de la taille de la population des grues blanches sauvages à partir de 1938 est modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle $[38; 100]$ par :

$$f(x) = 0,08x^2 - 7,2x + 173$$

où x est le temps écoulé en années à partir de 1900. Ainsi l'année 1938 correspond à $x = 38$.

1.
 - a. Compléter le tableau de valeurs donné en annexe 3. Les résultats seront arrondis à l'unité.
 - b. Tracer la courbe représentative de la fonction f sur le repère donné en annexe 3.
2.
 - a. La fonction f' désigne la fonction dérivée de la fonction f . Déterminer $f'(x)$ pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[38; 100]$.
 - b. Déterminer le signe de $f'(x)$ pour tout x de l'intervalle $[38; 100]$.
 - c. En déduire le tableau des variations de la fonction f sur l'intervalle $[38; 100]$.
 - d. Déterminer, selon ce modèle, l'année où le nombre de grues blanches sauvages sera minimal.

Annexe 1 (Exercice 1)
À rendre avec la copie



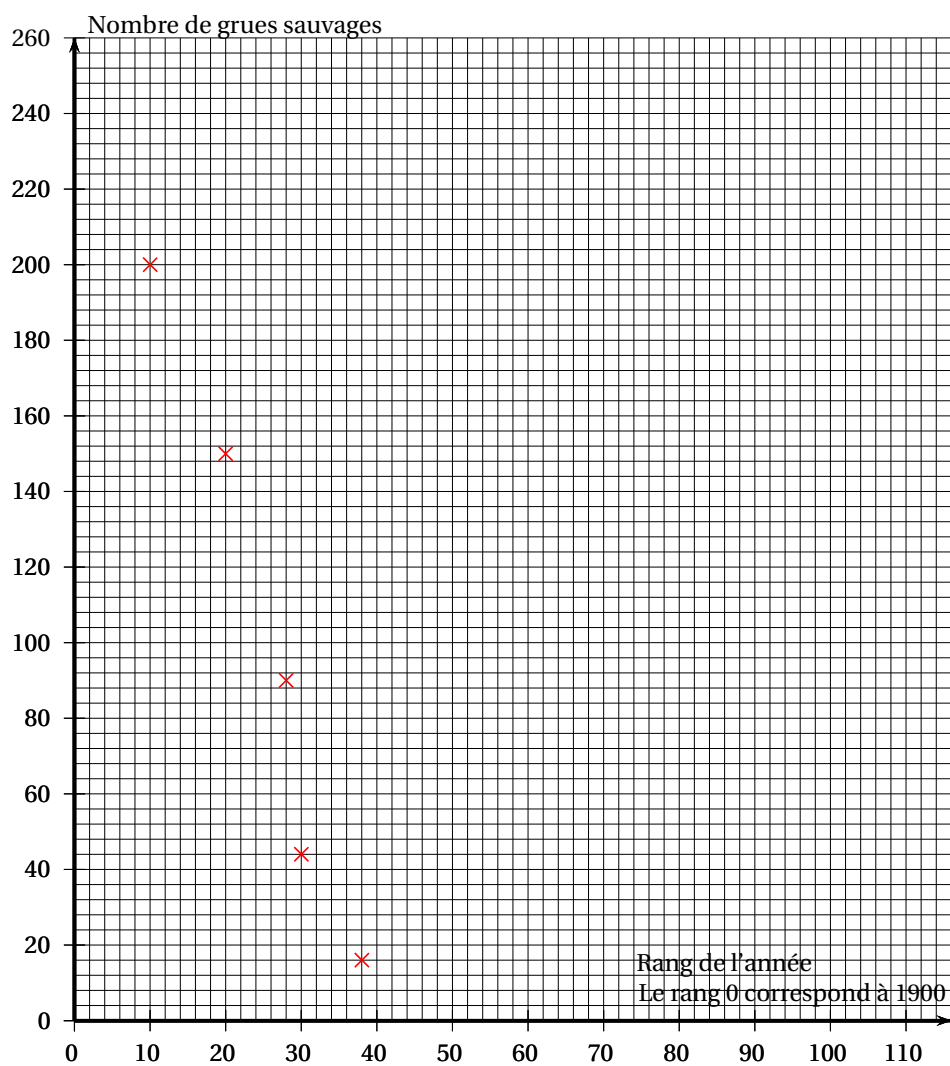
Annexe 2 (Exercice 2)**À rendre avec la copie**

	A	B	C	D	E
1		Patients atteints de leucémie lymphoïde	Patients atteints d'anomalies de coagulation	Patients atteints d'anomalies du tissu conjonctif	Total
2	Homme			4 863	26 703
3	Femme				
4	Total	28 665	14 135	23 155	
5					
6					
7	Probabilités conditionnelles de chaque pathologie selon le sexe du patient				
8	Sachant que le patient est un homme :				
9		Leucémie lymphoïde	Anomalies de coagulation	Anomalies du tissu conjonctif	
10	Probabilité d'être atteint :	0,58	0,24	0,18	

(source : Ameli.fr)

Annexe 3 (Exercice 3)

À rendre avec la copie



Question B. 1. A

x	38	40	45	50	60	80	100
$f(x)$							