Baccalauréat S.T.A.E.-S.T.P.A.
Antilles juin 1998

Exercice 1 : **6 points**

Une entreprise agro-alimentaire utilise une machine pour conditionner des framboises en barquettes. La masse théorique d'une barquette est 200 g.
Afin de vérifier l'étalonnage de la machine, on prélève un échantillon de 500 barquettes que l'on pèse. On obtient les résultats suivants :

Masse (g)	[190 ; 195]	[195 ; 200]	[200 ; 205]	[210 ; 215]
Nombre de barquettes	75	125	200	100

1. Calculer la masse moyenne, la variance et l'écart-type de cet échantillon de barquettes. On donnera le détail des calculs. L'écart-type sera donné à $0,1$ près.
2. Quel est, dans cet échantillon, la proportion de barquettes ayant une masse supérieure ou égale à 200 g ?
3. L'épreuve consiste à prélever au hasard une barquette dans la production. On admet que la probabilité pour que cette barquette ait une masse supérieure ou égale à 200 g est $p = 0,6$.

   On répète 5 fois cette épreuve, avec remise et de manière indépendante, et on note X la variable aléatoire qui prend pour valeurs le nombre de barquettes parmi ces 5 dont la masse est supérieure ou égale à 200 g.

   a. Justifier que la loi de X est une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

   Les résultats suivants seront exprimés à $0,01$ près.

   b. Calculer la probabilité pour que les 5 barquettes aient une masse supérieure ou égale à 200 g.

   c. Calculer la probabilité pour qu'au moins une barquette ait une masse supérieure ou égale à 200 g.

Exercice 2 : **14 points**

Première partie

Soit la fonction numérique g définie pour tout x réel par

$$g(x) = \left(\mathrm{e}^x + 1\right)\left(2\mathrm{e}^x - 1\right).$$

1. Justifier que $g(x)$ est du signe de $2\mathrm{e}^x - 1$.

   En déduire que $g(x) > 0$ pour $x > -\ln 2$ et $g(x) \leqslant 0$ pour $x \leqslant -\ln 2$.
2. Développer et réduire $g(x)$.
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2X2 + X - 3 = 0$. En déduire (en posant $X = \mathrm{e}^x$) que l'unique solution réelle de l'équation $2\mathrm{e}^{2x} + \mathrm{e}^x - 3 = 0$ est $x = 0$.

Seconde partie

Soit la fonction numérique f définie sur $[-4\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = \mathrm{e}^{2x} + \mathrm{e}^x - x.$$

On note $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans le repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$. Unité graphique : 1 cm.

1. Étudier la limite de f en $+\infty$. On pourra mettre e^x en facteur dans $f(x)$ et utiliser $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} x\text{e}^{-x} = 0$.
2. **a.** Calculer la fonction dérivée de la fonction !

   b. En utilisant le 1. et le 2. de la première partie, étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau des variations de f sur $[-4~;~+\infty[$.
3. En utilisant le 3. de la première partie, déterminer en quel point la courbe $(\mathscr{C})$ admet une tangente (T) de coefficient directeur 2.
4. Recopier et compléter le tableau suivant :

x	-4	-2	-1	0	0,5	1
$f(x)$						

   Les valeurs numériques de f seront calculées à 10^{-2} près.
5. Placer les points du 4., tracer la droite (T) et la courbe $(\mathscr{C})$ dans le repère $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$.
6. **a.** Donner une primitive F de f sur $[-4~;~+\infty[$.

   b. Hachurer sur le graphique le domaine plan limité par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -4$ et $x = 1$.

   c. Calculer l'aire de ce domaine : on donnera sa valeur exacte puis une valeur approchée exprimée en cm^2, au mm^2 près.