Sciences et Technologies de l'Agronomie et de l'Environnement
Antilles–Guyane session juin 2000

Exercice 1

Dans une ferme, on produit des oœufs de tailles différentes :

- Des « petits », dans la proportion de 20 %.
- Des « moyens », dans la proportion de 50 %.
- Des « gros », dans la proportion de 30 %.

Ils sont de deux qualités : « ordinaire » ou « supérieure ». On a remarqué que :

- 80 % des « petits » œufs sont de qualité ordinaire.
- 50 % des œufs « moyens » sont de qualité ordinaire.
- 20 % des « gros » œufs sont de qualité ordinaire.

1. Recopier et compléter le tableau suivant avec les pourcentages qui conviennent :

	Qualité « ordinaire »	Qualité « supérieure »	Total
« Petits »			
« Moyens »			
« Gros »			
Total			

2. On choisit au hasard un œuf sur la chaîne de production. Déduire de ce tableau :
   a. La probabilité pour que cet œuf soit « petit » et de qualité « ordinaire ».
   b. La probabilité pour que cet œuf soit de qualité « ordinaire ».
   c. La probabilité pour que cet œuf soit de qualité « supérieure ».
   d. La probabilité pour que cet œuf soit « gros » et de qualité « supérieure ».
3. On prélève au hasard, pour les examiner, successivement et avec remise, 12 œufs sur la chaîne de production.
   Soit X la variable aléatoire représentant le nombre d'œufs « gros » et de qualité « supérieure » parmi ces 12 œufs.
   a. Justifier que X suit la loi binomiale de paramètres $n = 12$ et $p = 0,24$.
   b. Déterminer la probabilité pour que, parmi ces 12 œufs, 6 exactement soient « gros » et de qualité « supérieure ».
   c. Déterminer la probabilité pour que, parmi ces 12 œufs, 1 au moins soit « gros » et de qualité « supérieure ».

Exercice 2

On considère la fonction g, définie sur $]-1~;~4]$ par

$$g(x) = x^2 - 4\ln(x+1).$$

On note $\mathcal{C}_g$ la courbe représentative de g dans un repère orthonormal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 1 cm.

1. Déterminer la limite de la fonction g en -1. En déduire que $\mathcal{C}_g$ admet une asymptote D dont on donnera une équation.
2. **a.** Déterminer la fonction dérivée g' de la fonction g.
   b. Montrer que $g'(x)$ est du signe de $(x-1)(x+2)$.

c. En déduire le signe de $g'(x)$ sur $]-1\,;\,4]$ et dresser le tableau des variations de g sur $]-1\,;\,4]$.

3. **a.** Vérifier que la courbe $\mathscr{C}_g$ passe par le point O$(0\,;0)$.

b. Justifier qu'il existe un seul point d'intersection, d'abscisse α comprise entre 2,1 et 2,2 de $\mathscr{C}_g$ avec l'axe des abscisses.

4. Tracer D et $\mathscr{C}_g$ dans le repère $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ sur une feuille de papier millimétrée.

Exercice 3

La courbe $\mathscr{C}_f$ fournie ci-dessous est la représentation graphique dans un repère orthogonal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. La tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1 est parallèle à l'axe des abscisses.

1. Donner par lecture graphique, en rédigeant la démarche adoptée : $f(0)$, $f(2)$ et $f'(1)$.

2. On admet que f est de la forme : $f(x) = (ax+b)\text{e}^x$, où a, b et c sont des nombres réels à déterminer.

a. Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f.

b. En utilisant les valeurs lues dans le 1., déterminer le système que doivent vérifier a, b et c. En déduire a, b et c et l'expression de $f(x)$.