∽ Baccalauréat S.T.A.E.-S.T.P.A. ∾
Antilles–Guyane juin 2004

(Coefficient : 2 - Durée : 2 heures)
L'utilisation d'une calculatrice et du formulaire est autorisée

Exercice 1 : **4 points**

On admet que lorsqu'on plante un conifère sur un sol limono-argileux, la probabilité que ce conifère dépérisse est de 5 %, et que les résultats des plantations sont indépendants les uns des autres.
Dans la suite, les résultats numériques seront donnés sous forme décimale arrondis à 10^{-3} *près.*

1. On plante 10 conifères sur un sol de ce type. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de conifères qui dépérissent. Montrer que la loi de probabilité de X est la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = O,05$.
2. Calculer la probabilité que, sur une plantation de 10 conifères, il y en ait 2 qui dépérissent.
3. Calculer la probabilité que, sur une plantation de 10 conifères, il y en ait 2, au maximum, qui dépérissent.

Exercice 2 : **4 points**

Soit g la fonction définie sur $[0 ; 2\pi]$ par :

$$g(x) = 2x + 1 - 2\cos x.$$

1. Déterminer la fonction dérivée g' de g sur $[0 ; 2\pi]$.
2. **a.** Montrer que pour tout x -de $[0 ; 2\pi]$, $g'(x)$ est du signe de $1 + \sin x$.
   b. Résoudre dans $[0 ; 2\pi]$, l'équation $1 + \sin x = 0$.
   c. Démontrer que pour tout x de $[0 ; 2\pi]$, $1 + \sin x$ est positif ou nul. En déduire le signe de $g'(x)$ sur $[0 ; 2\pi]$.
3. En déduire le sens de variation de g sur $[0 ; 2\pi]$. Dresser le tableau de variations de g : on y indiquera les valeurs exactes de $g(0)$, $g\left(\dfrac{3\pi}{2}\right)$ et $g(2\pi)$.

Exercice 3 : **12 points**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^{x} - 2$$

et $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$, d'unités graphiques : 4 cm en abscisses et 2 cm en ordonnées.

1. **a.** En remarquant que pour tout x de $\mathbb{R}$, $f(x) = (\mathrm{e}^{x} - 2)(\mathrm{e}^{x} + 1)$, calculer la limite de f en $+\infty$.
   b. Calculer la limite de f en $-\infty$. En déduire que la courbe $(\mathscr{C})$ admet une asymptote dont on donnera une équation.
2. **a.** Montrer que pour tout réel x, $f'(x)$ peut s'écrire sous la forme :

$$f'(x) = \mathrm{e}^{x}\left(2\mathrm{e}^{x} - 1\right).$$

   b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2\mathrm{e}^{x} - 1 = 0$.

c. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $2e^x - 1 > 0$.

d. En déduire le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$ et dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$. On y indiquera les limites trouvées et la valeur exacte de $f(-\ln 2)$.

3. **a.** Recopier et compléter le tableau suivant :
Les valeurs numériques de f seront arrondies à 10^{-2} près.

b. Construire la courbe $(\mathscr{C})$ et son asymptote dans le repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

4. **a.** Calculer une primitive F de f sur $\mathbb{R}$.

b. Hachurer sur le graphique le domaine plan limité par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \ln 2$ et $x = 1$.

c. Calculer, en unités d'aire, la valeur exacte de l'aire de ce domaine. En donner ensuite, en cm^2, la valeur arrondie à 10^{-2} près.